

83116, תרגיל 4:

עוד שאלה ביחסים:

A קבוצה. יהיו S ו-R יחסי שקילות על A. הוכח או תן דוגמא נגדית לטענות הבאות:

א. $R \cup S$ יחס שקילות.

ב. $(A \times A) \setminus R$ יחס שקילות.

ג. $(A \times A) \setminus R \cup I_A$ יחס שקילות.

ד. $R \setminus S$ יחס שקילות.

ה. $R \circ R$ יחס שקילות.

ו. $R \circ S$ יחס שקילות.

($I_A = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ אז $A = \{1, 2, 3\}$ לדוגמא אם)

1.

יהיו A, B קבוצות לא ריקות.

א. הוכח כי קיימת פונקציה חח"ע $g: A \rightarrow A \times B$.

ב. הוכח כי אם קיימת פונקציה חח"ע $f: A \rightarrow B$ אזי קיימת פונקציה חח"ע

$$h: A \times B \rightarrow B \times B$$

2.

צינו לגבי כל אחת מהבאים האם היא פונקציה, חח"ע, על, הפיכה (חח"ע ועל). הוכיחו את תשובותיכם.

א. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = |n|$

ב. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$

ג. $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$

3.

תהי $f: A \rightarrow B$ פונקציה ונניח $C_1, C_2 \subseteq A$ ו- $D_1, D_2 \subseteq B$. הוכיחו או הפריכו:

$$f^{-1}(D_1 \cup D_2) = f^{-1}(D_1) \cup f^{-1}(D_2) \quad \text{א.}$$

$$f^{-1}(D_1 \cap D_2) = f^{-1}(D_1) \cap f^{-1}(D_2) \quad \text{ב.}$$

$$f(C_1^c) = f(C_1)^c \quad \text{ג. (עבור } X \subseteq A, X^c = A \setminus X \text{ ועבור } Y \subseteq B, Y^c = B \setminus Y \text{)}$$

$$f^{-1}(D_1^c) = f^{-1}(D_1)^c \quad \text{ד.}$$

.4

תהיינה A, B, C, D קבוצות ו- $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C, h: C \rightarrow D$. הוכיחו או הפריכו:

$$1. \quad h \circ g \circ f \text{ הפיכה גורר ש-} g \text{ חח"ע או } g \text{ על.}$$

$$2. \quad h \circ g \circ f \text{ חח"ע ו-} h \circ g \text{ חח"ע גורר ש-} g \circ f \text{ חח"ע}$$

$$3. \quad h \circ g \circ f \text{ על ו-} h \circ g \text{ על גורר ש-} g \circ f \text{ על}$$

$$4. \quad h \circ g \circ f \text{ על ו-} g \circ f \text{ על גורר ש-} h \circ g \text{ על.}$$

$$5. \quad g \circ f \text{ הפיכה ו-} h \circ g \text{ הפיכה גורר ש-} g \text{ הפיכה}$$

$$6. \quad g \circ f \text{ הפיכה ו-} h \circ g \text{ הפיכה גורר ש-} h \circ g \circ f \text{ הפיכה}$$

.5

תהיינה A, B קבוצות. נגדיר $f: P(A) \rightarrow P(B)$ ע"י $f(X) = X \cap B$.

1. הוכיחו כי f חח"ע אם ורק אם $A \subseteq B$.

2. הוכיחו כי f על אם ורק אם $B \subseteq A$.