

תרגיל 10

שאלה 1. קבעו האם הפולינומים הבאים הם אי פריקים בחוג הנתון, ואם הם פריקים מצאו את פירוק שלהם לגורמים אי פריקים.

1. $x^2 + x + 1$ בחוג $\mathbb{F}_2[x]$.

2. $x^6 - 4x^4 + 6x^2$ בחוג $\mathbb{Z}[x]$.

3. $2ix^5 + 71$ בחוג $\mathbb{Z}[i][x]$.

4. $x^2 + y^2 - 1$ בחוג $\mathbb{Q}[x, y]$. העשרה: $x^n + y^m - 1$ לכל $n, m \in \mathbb{N}$.

שאלה 2. יהי $f(x) = x^4 - 5x^2 + 6$. פרקו את $f(x)$ לגורמים ראשוניים מעל החוגים הבאים:

1. \mathbb{Q}

2. \mathbb{R}

3. $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$

שאלה 3. נתבונן בפולינום $f(x) = x^2 + 4$ מעל \mathbb{Z} . הראו ש- $f(ax + b)$ לא מקיים את קריטריון אייזנשטיין לכל $a, b \in \mathbb{Z}, a \neq 0$, למרות ש- $f(x)$ אי פריק.

שאלה 4. העשרה: הוכיחו שלכל $n \in \mathbb{N}$ הפולינום

$$p_n(x) = (x - 1)(x - 2) \cdots (x - n) - 1$$

הוא אי פריק בחוג $\mathbb{Z}[x]$.