

113-88-תרגיל 6:

*פ"א פולינום אופייני, פ"מ פולינום מינימלי

1.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

האם היא ניתנת לשילוש? אם כן מצא את המשולשית לה היא דומה

2. הוכח שכל מט' אידמפוטנטית דומה למט' אלכסונית.

ע"מ 91, 5.4:

א. הוכח שלמטריצות B, A דומות אותו פ"מ
ב. הוכח שאם A או B הפיכות אז הפ"מ של AB ושל BA זהים

ע"מ 91, 5.5:

מצא פ"מ עבור המט' הבאות לפי האלגוריתם למציאתו (משעור קודם), כלומר, לא ע"י הפ"א.

$$a, b \neq 0 \quad \text{א.} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{ב.} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

(זיכרו, הפולינום המתוקן המתאים לכל פולינום במאפס גם שייך למאפס)

ע"מ 92, 5.10:

$$A \in \text{Mat}_n(F)$$

$$\text{הוכח: } f_A(x) \mid m_A^n(x)$$

ע"מ 92, 5.12:

$$A \in \text{Mat}_n(F)$$

$$M_A(x) = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$

הוכח שהמטריצה $f(A)$ הפיכה

(רמז: השתמש בעובדה ש A מתאפסת על הפ"מ שלה ע"מ לפשט את $f(A)$ וזכור שמט' הפיכה עם הדט' שלה שונה מאפס)

ע"מ 93, 5.14:

השתמש בפ"א כדי למצוא פ"מ עבור

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

ע"מ 93, 5.15:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

מצא M_A ובעזרתו A^{-1}
(רמז: זיכרו מה קורה ל M_A כאשר נציב בו את A ובודדו משם את I)

ע"מ 93, 5.16:

$$A \in Mat_n(F)$$

$$M_A(x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i$$

הוכח שהבאים שקולים:

א. A רגולרית ב. 0 איננו ע"ע של A ג. $a_0 \neq 0$

ע"מ 94, 5.22:

$$A \in Mat_n(F) \quad (A^2 = A)$$

מצא את הע"ע של A , הראה שהפ"א מתפרק לגורמים לנאריים, מצא פ"מ של A , ותאר את $\text{tr}(A)$