תורת גלואה – תרגיל 5

1. תנו דוגמה לפולינום אי-פריק מעל שחבורת גלואה שלו היא .
2. נתון פולינום ספרבילי אי-פריק מעל שדה כלשהו. ידוע כי לשדה הפיצול שלו יש תת-שדה ריבועי יחיד. חשבו את האפשרויות לחבורת גלואה של הפולינום.  
     
   הדרכה: תת-חבורת גלואה המקבעת את התת-שדה הריבועי היא ת"ח מאינדקס 2 בחבורת גלואה של הפולינום; ל- ת"ח יחידה מאינדקס 2 (מדוע?); ל- אין ת"ח מאינדקס 2 (מדוע?).
3. נניח הרחבת שדות מממד סופי ו- תתי-שדות ביניים, ונניח כי גלואה. הוכיחו:
4. גלואה
5. יש שיכון
6. מתקיים:
7. מתקיים:
8. הוכיחו כי (אם אתם משתמשים בחישוב של ערך כלשהו של פונקציה טריגונומטרית, הוכיחו אותו).
9. חשבו את הפולינום המינימלי (מעל ) של .

הדרכה: לכל מספר מרוכב מנורמה 1 מתקיים ולכן .

1. (הכנה להמשך) הראו כי אם חבורה ו- תתי-חבורות נורמליות שאיחודן יוצר את ומתקיים: אז .

הדרכה: התבוננו בקומוטטורים של אברים מ- עם אברים מ-.