תרגיל בית 3 - אינפי 3

20 בנובמבר 2016

שאלה 1

האם הקבוצות הבאות הן פתוחות? סגורות? חסומות?

א) $A=\{(x,y)\,|y=0,x\in(0,1)\}$ ב-$\mathbb{R}^2$.

ב) $B=\{(x,y)\,|x=y\}$ ב-$\mathbb{R}^2$.

ג) $C=\{(x,y)\,|x>0,y<0,x+y>-1\}$ ב-$\mathbb{R}^2$.

שאלה 2

תהי $X\subset\mathbb{R}^n$ קבוצה קומפקטית, ויהי $\{A_i\}_{i\in I}$ אוסף של קבוצות סגורות שאיחודן הוא X. נניח שלכל אוסף סופי $\{A_{ik}\}_{k=1}^m$ מתקיים: $\cap_{i=1}^m A_{ik}\neq\emptyset$. הוכיחו $\cap_{i\in I}A_i\neq\emptyset$.

שאלה 3

יהי $(\mathbb{R}^n,d)$ מרחב אוקלידי, ותיינה $A,B\subset\mathbb{R}^n$. הוכיחו או הפריכו:

א) $\overline{A\cap B}\supseteq\bar{A}\cap\bar{B}$

ב) $int\,(A\cup B)\supseteq int\,(A)\cup int\,(B)$

שאלה 4

תהי $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ סדרה חסומה ב-$\mathbb{R}^n$. נניח שהסדרה $\{d\,(x_n,0)\}_{n\in\mathbb{N}}$(המטריקה האוקלידית) עולה ממש. האם $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת?

שאלה 5

ענה על הסעיפים הבאים:

א) יהי $\mathbb{R}^n$ מרחב אוקלידי, ותהי $A\subseteq\mathbb{R}^n$. האם $\overline{int\,(A)}=\overline{A}$?

ב) תהי $\{x\}_n\subset\mathbb{R}^n$ סדרת קושי. הוכיחו שאם לסדרה יש גבול חלקי (גבול של תת סדרה) אזי זהו הגבול של הסדרה.