

1.

$$.B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \text{ תהיינה}$$

(א) חשב את $adj(B), adj(A)$.

(ב) חשב את $\det(AB)$.

במז: למה שווה המטריצה $A \cdot adj(A) \cdot B \cdot adj(B)$?

2. עבור המט' הבאות מצא: ע"ע, ו-ו"ע, במידה ו- A לכסינה, מצא: מט' מלכסנת P ומט' אלכסונית D וכמו

כן את: A^{-1}, A^3 ע"י שימוש בפרוק $A = PDP^{-1}$.

(רמז לחזקות: לאחר שמצאתם את הפרוק היזכרו שבעצם A^n הוא מכפלת A n פעמים (מה קורה ל P

?) השתמשו בחישוב חזקתה של מטריצה אלכסונית שהיא פשוטה מאוד...)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{א.}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{ב.}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ג.}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ד.}$$

2.3 תרגיל. להלן שני ניסוחים של משפט הליכסון. הוכח שהם שקולים (מבלי להוכיח את המשפט):

א. תהא $T: V \rightarrow V$ העתקה לינארית. T לכסינה אם ורק אם ל V יש בסיס המורכב מוקטורים עצמיים של T .

ב. תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$. A לכסינה אם ורק אם יש ל \mathbb{F}^n בסיס המורכב מוקטורים עצמיים של A .

ע"מ 84 תר' 2.7:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

א. לכסן את A (כלומר מצא את הפרוק הנדרש ל D אלכסונית ו P מלכסנת)

ב. חשב את A^n

(רמז: לאחר שמצאתם את הפרוק היזכרו שבעצם A^n הוא מכפלת A פעמים n (מה קורה ל P ?).
השתמשו בחישוב חזקתה של מטריצה אלכסונית שהיא פשוטה מאוד...)

2.10 תרגיל. תהא $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a^2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$. מצא את כל הערכים של a שעבורם המטריצה A לכסינה.

2.11-החלק השני (שלא נעשה בכיתה).

ע"מ 87 תר' 3.13:

א. $A \in Mat_n(F)$ לכסינה. הוכח שהפולינום האופייני שלה מתפרק לגורמים לנאריים ומצא גורמים אלו
(רמז: למטריצות דומות אותו פולינום אופייני)

ב. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. הוכח ש A איננה לכסינה. האם זה סותר את א?