

תרגיל 2 אינפי 1 מדמ"ח

בראש העבודה שלכם יש צורך לרשום את הפרטים הבאים:

• שם מלא + ת.ז.

• מספר תרגיל.

• שם מתרגל/מספר קבוצה.

תרגיל 1. יהיו $S \subseteq T \subseteq \mathbb{R}$ קבוצות חסומות מלעיל. הוכיחו כי $\sup S \leq \sup T$.

תרגיל 2. תהי $A \subseteq \mathbb{R}$ קבוצה חסומה מלעיל. נגדיר $B = \{-a \mid a \in A\}$. הוכיחו כי $\inf B = -\sup A$, וכן כי $\inf B = -\sup A$.

תרגיל 3. תהי $A \subseteq \mathbb{R}$ עבורה מתקיים שלכל $a \in A, a > 0$. נגדיר $A^{-1} = \{\frac{1}{a} \mid a \in A\}$. הוכיחו:

1. אם $\inf A \neq 0$, אזי m חסם תחתון של A אם ורק אם $\frac{1}{m}$ חסם עליון של A^{-1} .

2. $\inf A = 0$ אם ורק אם A^{-1} אינה חסומה מלעיל.

תרגיל 4. לכל אחת מהקבוצות הבאות מצאו חסם עליון, חסם תחתון, מקסימום ומינימום (אם קיימים). הוכיחו את תשובתכם.

$$1. A = \left\{ \frac{2n}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$2. B = \left\{ \frac{1}{n^2} + 6(-1)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$3. C = \left\{ n + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

$$4. D = \left\{ \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3}\right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$