

תרגיל 3 אינפי 1 תיכוניסטים תש"ף

להגשה ביום ראשון כ"ז חשוון 24.11

1. (א) יהיו x_1, \dots, x_n ממשיים חיוביים המקיימים: $x_1 \cdot \dots \cdot x_n = 1$. הוכיחו שמתקיים:
 $x_1 + \dots + x_n \geq n$ ושוויון מתקיים אם ורק אם $x_1 = \dots = x_n = 1$. כדאי להשתמש באינדוקציה.

(ב) יהיו a_1, \dots, a_n ממשיים חיוביים, הוכיחו שמתקיים:

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}$$

השתמשו בסעיף הראשון - בחרו x_1, \dots, x_n מתאימים.

(ג) נגדיר סדרה באופן הבא: $b_1 > 0$ כלשהו, ובנוסף:

$$b_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2b_n + \frac{5}{b_n^2} \right)$$

היעזרו בסעיף הקודם כדי להוכיח שהסדרה מתכנסת, וחשבו את גבולה.

2. נגדיר סדרה באופן הבא: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \frac{6a_n + a_n^2}{3 + 2a_n}$. הוכיחו שהסדרה מתכנסת וחשבו את גבולה.