

אנליזה הרמונית - תרגיל 5

22 בנובמבר 2018

1. תהי $f \in E[-\pi, \pi]$. מצאו את הטור פורייה המרוכב של $Re(f)$ על ידי שימוש בטור פורייה המרוכב של f .

2. תהי $f = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ e^{ix} & 0 \leq x < \pi \end{cases}$. מצאו את הטור פורייה המרוכב של f .

3. תהי $f \in E[-\pi, \pi]$ ויהי

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

הטור פורייה המרוכב של f את הטורי פורייה המרוכבים של $\overline{f(x)}$ ו $f(-x)$.

4. מצאו את הטור פורייה המרוכב של $f(x) = e^x$.

5. יהיו $f, g \in E[-\pi, \pi]$ מחזוריות 2π , ויהיו

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{inx}$$

$$g(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{inx}$$

הטורי פורייה המרוכבים של f ו g בקטע $[-\pi, \pi]$. לכל x ממשי נגדיר

$$h(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x-t) g(t) dt$$

(א) הראו ש h רציפה למקוטעין ומחזורית 2π .

(ב) יהי $h(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$. הוכיחו כי $c_n = a_n b_n$ לכל $n \in \mathbb{Z}$.