

לינארית 1 - תרגיל 4

מתרגלים: עוזי, עדי, יעל ואחמד.

תאריך הגשה: בשבוע של השלישי בדצמבר

תרגיל 1. מרוכבים

1. הוכח שלכל מספר מרוכב z מתקיים $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

2. חשב את $\left(i + \left(i + (i+1)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$

3. חשב את $(1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{34})^{71}$

4. הציגו את המספרים הבאים בהצגה קוטבית

(א) $1 + i$

(ב) $-\frac{1}{\sqrt{3}} - i$

תרגיל 2. פתרו את המערכות הבאות

$$\begin{cases} x + 4y + 5z = 6 \\ -x - 2y - 6z = -3 \\ 4x + 10y + 23z = 15 \end{cases} \quad 1.$$

$$\begin{cases} 3x + 2y + w = 4 \\ -2x + 4z - 6w = -4 \\ x + y + z - w = 1 \end{cases} \quad 2.$$

תרגיל 3. עבור אילו ערכי a יש למערכות הבאות פתרון יחיד, אין פתרון או אינסוף פתרונות במקרה כזה הציגו את הפתרון הכללי.

$$\begin{cases} ax + ay - az = a \\ -x + 4y - az = 0 \\ 2x - 8y + 4z = 1 \end{cases} \quad 1.$$

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ ax + (2a-2)y + (a^2+a)z = a^2 \\ -6x - 2y - 2ya - za^2 - 5az = -5a - 3 \end{cases} \quad 2.$$

תרגיל 4. נתונות שתי מערכות משוואות (1) $Ax = b_1$ ו-(2) $Ax = b_2$ הוכח או הפרך. A) אינה חייבת להיות ריבועית!)

1. אם למערכת (1) יש אינסוף פתרונות אז גם למערכת (2) יש אינסוף פתרונות.

2. אם למערכת (1) יש פתרון יחיד אז גם למערכת (2) יש פתרון יחיד.

3. אם למערכת (1) אין פתרון אז גם למערכת (2) אין פתרון.

תרגיל 5. נתון

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

הראו כי

1. $AB = BA = 0$

2. $CA = C$

3. $AC = A$

4. מה המסקנות שלכם משאלה הזאת?

תרגיל 6. נתון $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ חשב את

1. A^{-1}

2. $(A^{-1})^2$ (לא לפחד ממספרים גדולים)

3. A^2

4. מה אתה צפוי לקבל אם תכפיל את המטריצה שקבלת בסעיף 3 במטריצה שקבלת בסעיף 2? בצע את ההכפלה, ובדוק שאתה באמת צודק.

תרגיל 7. עבור המטריצה $A = \begin{pmatrix} a(a+1) & a^2+3a & -a^2 \\ a+1 & 2 & 1 \\ 2(a+1) & 4 & a^2+3 \end{pmatrix}$ קבע:

1. עבור אילו ערכי a ממשי המטריצה לא הפיכה?

2. עבור אילו ערכי a מרוכב המטריצה לא הפיכה?

בהצלחה!!