

תרגיל 5

1. הוכיחו שהחוג $\mathbb{Q}[x]/\langle x^2 \rangle$ הוא חוג מקומי.
2. הוכיחו: $\mathbb{Q}[x]/\langle x^2 + x \rangle \cong \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.
3. הוכיחו/הפריכו: אם R חוג מקומי, אז לכל $I, J \leq R$ הוא חוג מקומי.
4. יהי R חוג לא בהכרח קומוטטיבי, ויהיו I, J אידיאלים קומקסימליים. הוכיחו: $I \cap J = IJ + JI$.
5. מצאו $x \in \mathbb{Z}$ שמקיים:

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 10 \pmod{11} \end{cases}$$

6. יהי R חוג קומוטטיבי שמכיל אידמפוטנט לא טריוויאלי. הוכיחו ש R אינו חוג מקומי.