

# תרגיל בית מספר 12

## וקטורים ומצב הדי

בתרגילים הבאים יש כאלו שחוזרים על עצמם (עד כדי קבוע) אתם לא חייבים לפתור את כולם. אלא מי שמעוניין בתרגול.

## בהצלחה

### תרגילים

(המצב ההדדי של שני ישרים)

#### המצב ההדדי של שני ישרים במרחב

מצא את מצבם ההדדי של זוגות הישרים הבאים וקבע אם הם:  
(א) נחתכים. (ב) מקבילים. (ג) מתלכדים. (ד) מצטלבים.  
(במקרה א' מצא גם את נקודת החיתוך).

$$\begin{array}{ll} \underline{x} = (1, -2, 1) + t(2, -3, 1) & \text{(2)} & \underline{x} = (4, 0, 2) + t(1, -1, 3) & \text{(1)} \\ \underline{x} = (0, 1, 2) + s(1, 0, 2) & & \underline{x} = s(2, -2, 6) & \end{array}$$

#### מציאת מישורים – המצב ההדדי של שני ישרים במרחב

(24) נתונים הישרים:  $\underline{x} = (-2, 3, 1) + t(1, -1, 2)$  ו-  $\underline{x} = (0, 1, -2) + s(-3, 3, 1)$ .  
א. הראה שהם נחתכים ומצא את נקודת החיתוך שלהם.  
ב. מצא הצגה פרמטרית של המישור הנקבע ע"י שני הישרים.

קבע עפ"י המצב ההדדי של הישרים הבאים אם הם פורשים מישור יחיד. אם כן – מצא הצגה פרמטרית שלו, אם לא – הסבר מדוע.

$$\begin{array}{ll} \underline{x} = (1, 0, 1) + t(3, 0, -1) & \text{(27)} & \underline{x} = t(1, -1, -2) & \text{(26)} \\ \underline{x} = (1, 0, 0) + s(2, -1, 0) & & \underline{x} = (1, -1, 0) + s(-1, 1, 2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{x} = t(6, -4, 0) & \text{(29)} & \underline{x} = (-1, 1, 1) + t(-3, 1, 0) & \text{(28)} \\ \underline{x} = s(-9, 6, 0) & & \underline{x} = (2, 0, 1) + s(-1, 0, 1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{x} = (1, 0, 2) + t(5, 4, 1) & \text{(31)} & \underline{x} = t(2, -1, 5) & \text{(30)} \\ \underline{x} = (1, 0, 3) + s(5, 4, 1) & & \underline{x} = s(1, -4, 7) & \end{array}$$

(36) נתונות הנקודות  $A(-2, 1, 0)$  ו-  $B(7, -2, k)$  ונתון הישר

$$\underline{\ell}: \underline{x} = (-4, -5, -2) + t(1, -2, 0)$$

א. מצא את  $k$  עבורו הנקודות  $A$  ו-  $B$  והישר  $\underline{\ell}$  נמצאים באותו מישור.  
ב. קבע אם הנקודות  $A$  ו-  $B$  נמצאות באותו צד של הישר  $\underline{\ell}$  או בצדדים שונים.

## המצב ההדדי של ישר ומישור כאשר נתונה הצגה פרמטרית של המישור

- 1) נתון המישור:  $\underline{x} = (-1, 0, 1) + t(2, 1, 0) + s(1, 0, 3)$   
מצא את המצב ההדדי של המישור עם כל אחד מהישרים הבאים וקבע אם הישר:  
א) חותך את המישור. ב) מקביל למישור. ג) מוכל במישור.  
(במקרה א' מצא גם את נקודת החיתוך).  
א.  $\underline{x} = (0, 0, 4) + n(0, -1, 6)$  ב.  $\underline{x} = (1, 1, 0) + m(-3, -2, 3)$   
ג.  $\underline{x} = (-3, -1, 1) + k(1, 0, 3)$  ד.  $\underline{x} = (1, 7, -8) + r(1, 5, 0)$

### מצא בתרגילים הבאים הצגה פרמטרית של המישור:

- 6) העובר בנקודה  $(2, -3, 5)$  והישר  $\underline{x} = (1, -1, 2) + t(3, 3, 1)$  מוכל בו.  
7) העובר בנקודה  $(4, -7, 6)$  והמקביל לווקטורים  $(2, 6, -5)$  ו- $(-1, 4, 2)$  שמוצאם בראשית הצירים.  
8) העובר בנקודות  $(2, 0, -3)$ ,  $(4, -1, 0)$  והמקביל לווקטור  $(2, 5, 1)$  שמוצאו בראשית הצירים.  
9) העובר בנקודות  $(2, 0, -1)$  ו- $(4, 1, 3)$  והמקביל לישר  $\underline{x} = (1, 1, 1) + t(2, -1, 4)$  (בדוק שהמישור המבוקש אכן מקביל לישר ולא מכיל אותו).  
10) העובר בנקודות  $(2, 1, 5)$  ו- $(6, -7, 2)$  והמקביל לציר ה- $x$ .  
11) העובר בנקודה  $(-2, 4, 5)$  והמקביל לישרים  $\underline{x} = t(2, -8, 1)$  ו- $\underline{x} = (2, 4, 0) + s(1, -3, 0)$

## המצב ההדדי של ישר ומישור כאשר נתונה משוואת המישור

- 20) נתון המישור  $x - 2y + 3z - 2 = 0$ . מצא את המצב ההדדי של המישור עם כל אחד מהישרים הבאים וקבע אם הישר:  
א) חותך את המישור. ב) מקביל למישור. ג) מוכל במישור.  
(במקרה א' מצא גם את נקודת החיתוך).  
א.  $\underline{x} = (2, 3, 2) + t(1, 2, 1)$  ב.  $\underline{x} = (4, 2, 0) + t(1, 0, -1)$   
ג.  $\underline{x} = (1, 0, 1) + t(3, 3, 1)$  ד.  $\underline{x} = (1, 1, 2) + t(2, 1, 0)$

## תרגילים עם פרמטרים – המצב ההדדי של ישר ומישור

- 32) נתונים הישר  $\underline{x} = (1, 2, -3) + t(-1, 4, 6)$  והמישור  $kx + 2y - z = 0$   
א. מצא את  $k$  עבורו הישר מקביל למישור.  
ב. הראה שאין  $k$  עבורו הישר מוכל במישור.  
ג. מצא את  $k$  עבורו הישר חותך את המישור בנקודה שבה  $x = 3$ .

בתרגילים הבאים נתונות משוואות של שני מישורים. (ראה גם הערה ד' בעמ' 521).  
 א) הראה שהמישורים נחתכים. ב) מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך.

$$\begin{array}{lll} 3x-2y+8z+5=0 & (15) & -3x+2y-z-1=0 & (14) & x-y+z-2=0 & (13) \\ 2x+5y-z-3=0 & & 2x+y-z=0 & & x+y-2z-4=0 & \\ 5x+2z+3=0 & (18) & 5x-3y-6=0 & (17) & 4x-5y+2z+1=0 & (16) \\ z+4=0 & & 4x-3z+9=0 & & 2x-y+4z+5=0 & \end{array}$$

### המצב ההדדי של שני מישורים עפ"י הצגות פרמטריות שלהם

מצא את המצב ההדדי של המישורים הבאים וקבע אם הם:  
 א) נחתכים. ב) מקבילים. ג) מתלכדים.

$$\begin{array}{ll} \underline{x} = (1, 0, 0) + t(3, 1, 0) + s(-1, 0, 2) & (26) & \underline{x} = t(-1, 0, 2) + s(0, 1, 3) & (25) \\ \underline{x} = (0, 1, 2) + m(2, 1, 2) + n(1, 1, 4) & & \underline{x} = m(-2, 1, 7) + n(-1, 2, 8) & \\ \underline{x} = (3, 1, 2) + t(-2, 1, 1) + s(-1, 0, 1) & (28) & \underline{x} = (0, -1, 0) + t(5, 1, 0) + s(0, 2, -1) & (27) \\ \underline{x} = (1, 1, -1) + m(0, 1, -1) + n(-3, 2, 1) & & \underline{x} = m(5, 4, -1) + n(-5, -7, 4) & \end{array}$$

### תרגילים עם פרמטרים – המצב ההדדי של שני מישורים

41) הנקודה  $A(k, m, 3)$  נמצאת על ישר החיתוך של המישורים  $2x-3y-z-5=0$  ו- $x+4y+z+4=0$ .  
 א. מצא את  $k$  ו- $m$ . (הערה: ניתן למצוא את  $k$  ו- $m$  מבלי למצוא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך של המישורים).  
 ב. מצא את משוואת המישור שעובר דרך הנקודה  $A$  ומכיל את הישר  $\underline{x} = t(2, 0, 1)$ .

$$(42) \quad \begin{cases} (k^2+1)x-2y+4z=3 \\ (3k+4)x-4y+8z=k^2+2 \end{cases} \quad \text{נתונים המישורים:}$$

מצא לאילו ערכי  $k$  המישורים: א. נחתכים. ב. מקבילים. ג. מתלכדים.