

### תרגיל 14 בדידה להנדסה:

1. הוכיחו שמתקיים:

$$|\mathbb{C}| = \aleph$$

הדרכה: נגדיר:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ . מה  $f$  תעשה? מספר ב- $\mathbb{R}$  הוא מספר עשרוני עם פיתוח לאו דווקא סופי.

מספר ב- $\mathbb{C}$  הוא מהצורה  $a + bi$  כאשר  $a, b \in \mathbb{R}$ . נסו לכל מספר ב- $\mathbb{C}$ , שניתן לייצוג ע"י שני מספרים עם פיתוח עשרוני, להתאים מספר עם פיתוח עשרוני.

כלומר, נסו לקחת מספר עם פיתוח עשרוני ולפרק אותו לשני פיתוחים עשרוניים (ספרות במקומות הזוגיים וספרות במקומות האי-זוגיים, למשל).

אם עושים זאת כמו שצריך, זה נותן לנו פונקציה על, הסבירו למה זה מספיק.

2. מהי עוצמת  $\{f \mid f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(\mathbb{Q}) = \mathbb{R}\}$  כלומר קבוצת הפונקציות  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$  שהן על.

3. נאמר שסדרה של מספרים שלמים  $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$  היא חסומה אם קיים קבוע  $M \in \mathbb{Z}$  כך ש:

$$|a_n| \leq M$$

לכל  $n \in \mathbb{N}$ . מצאו את עוצמת קבוצת הסדרות החסומות של מספרים שלמים:

$$\{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \mid \exists M \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}, |a_n| \leq M\}$$

4. תהי  $A$  קבוצה כך ש:  $|A| \geq 2$ , ותהי  $f: A \rightarrow A$  פונקציה.

נגדיר פונקציה חדשה  $g: A \rightarrow P(A)$  ע"י:

$$g(a) = f^{-1}[f(\{a\})] \Delta f[f^{-1}(\{a\})]$$

הוכיחו או הפריכו: אם  $f$  חח"ע אז  $g$  חח"ע.