תרגיל 9 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ז

1. הוכיחו את הזהות הבאה: $n_j = -g^{ik} L_{kj} X_i$.

2. מצאו את עקמומיות גאוס של המשטח:

$$X(\theta,\phi) = (2\sin\phi\cos\theta, 2\sin\phi\sin\theta, 2\cos\phi)$$

בעזרת התבניות היסודיות.
מצאו גם את מקדמי כריסטופל והמשוואות הגיאודזיות (אין צורך לפתור אותן).

3. נתון המשטח הבא ב־$\mathbb{R}^3$: $M = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | z = y^3\right\}$.

   (א) מהי עקמומיות גאוס K של M?

   (ב) הוכיחו שהקו $L = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | y = z = 0\right\}$ הוא עקומה גיאודזית של M.

4. מצאו את העתקת וויינגרטן של החרוט $X(\theta,\phi) = (\phi\cos\theta, \phi\sin\theta, k\phi)$ באופן מפורש.
כלומר, הציגו את וקטורי הנגזרות של הנורמל כצירופים ליניאריים של וקטורי הנגזרות.

5. מצאו את התבניות היסודיות של המשטחים הבאים, ובאמצעותן מצאו את המקדמים L_i^j:

   (א) הליקואיד: $X(u,v) = (u\cos v, u\sin v, kv)$ כאשר $u,k > 0, v \in \mathbb{R}$.

   (ב) טורוס: $X(\theta,\phi) = ((a\cos\phi + b)\cos\theta, (a\cos\phi + b)\sin\theta, a\sin\phi)$.