

1. מצא את הטור פוריה של כל אחת מן הפונקציות הבאות:  
 א.  $f(x) = x|x|$     ב.  $f(x) = \pi^2 - x^2$     ג.  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$

3. תהי  $f \in E$ , ויהי

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nx + b_n \sin nx]$$

הטור פוריה של  $f$  בקטע  $[-\pi, \pi]$ . נגדיר את שתי הפונקציות

$$g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}, \quad h(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

מצא את הטור פוריה של  $g$  ואת הטור פוריה של  $h$  בקטע  $[-\pi, \pi]$ .

2. תהי  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ e^{ix}, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$  מצא את הטור פוריה המרוכב של  $f$ .

5. מצא את הטור פוריה המרוכב של  $f(x) = e^x$ .

6. תהי  $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$ . הוכח את הטענות הבאות:

- א. אם  $f$  מקבלת ערכים ממשיים בלבד אזי  $c_{-n} = \overline{c_n}$ .  
 ב. אם  $f$  מקבלת ערכים מדומים בלבד אזי  $c_{-n} = -\overline{c_n}$ .  
 ג. אם  $f$  ממשית וזוגית אזי  $c_n$  ממשי.  
 ד. אם  $f$  ממשית ואי-זוגית אזי  $c_n$  מדומה.

1. תהי  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$  ותהי  $\tilde{f}$  ההרחבה האי-זוגית של  $f$  לקטע  $[-\pi, \pi]$ . מצא את הטור פוריה של  $\tilde{f}$  בקטע  $[-\pi, \pi]$ .

4. א. פתח את טור הסינוסים  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$  של  $\cos x$  בקטע  $[0, \pi]$ .

א. האם הטור מתכנס בכל נקודה של הקטע  $[-\pi, \pi]$ ?

ב. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

שרטט את הגרף של  $f$  בקטע  $[-\pi, \pi]$ .