

תרגיל בית 8 במבנים אלגבריים

89-214 סמסטר א' תשע"ח

1. הוכיחו כי אם $N \triangleleft G$ אזי $Z(N) = \{x \in N \mid \forall y \in N, xy = yx\}$ היא תת חבורה נורמלית של G .

2. יהיו $H_1 \triangleleft G_1, H_2 \triangleleft G_2$. הוכיחו ש- $H_1 \times H_2 \triangleleft G_1 \times G_2$.

3. נתבונן בחבורה S_6 ובקבוצה הבאה: $H = \{\sigma \in S_6 : \sigma(2) = 2, \sigma(4) = 4, \sigma(6) = 6\}$. הוכיחו ש- H היא תת חבורה ושהיא איזומורפית ל- S_3 . האם היא תת חבורה נורמלית?

4. תהי G חבורה (לא בהכרח סופית) ותהיינה $A, B \triangleleft G$. הוכיחו או הפריכו:

א. $A = B$ אם ורק אם $G/A \cong G/B$.

ב. $A \cong B$ אם ורק אם $G/A \cong G/B$.

ג. אם $G \cong G/A$ אזי A היא תת החבורה הטריבויאלית.

5. תהיינה $A, B, C \triangleleft G$ כך ש- $B \subseteq A$. הוכיחו ש- AC/BC היא חבורת מנה של A/B . (רמז: היעזרו במשפט האיזומורפיזם)

6. הוכיחו את הטענות הבאות:

א. $C^*/\{-1,1\} \cong C^*$.

ב. $C^*/T \cong R^+$. (כאשר $T = \{z \in C^* \mid |z| = 1\}$, $R^+ = \{x \in R \mid x > 0\}$).