תרגיל 4- לינארית 1 מדמח

1) נתונות מטריצות D,C,B,A ו-E מהסדרים

$$\underset{4\times5}{A} \quad \underset{4\times5}{B} \quad \underset{5\times2}{C} \quad \underset{4\times2}{D} \quad \underset{5\times4}{E}$$

קבעו אילו מהביטויים הבאים מוגדרים. עבור אילו שמוגדרים, קבעו את הסדר של מטריצת התוצאה.

א. BA

ב. $AC+D$

ג. $AE+B$

ד. $AB+B$

ה. $E(A+B)$

ו. EAC

2) חשבו :

א. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

ב. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

ג. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^3+\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^3$

ו. $\begin{bmatrix} 2i & -1 \\ -i & 1+i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

ז. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

3). תהיינה $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$ ו- $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. חשב :

א. $A+B$

ב. $3A$

ג. $2A-3B$

4). תהיינה $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ ו- $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -4\\ 3 & -2 & 6\end{pmatrix}$. חשב (אם מוגדר) : **על ידי כפל שורה עמודה, שורה שורה, ועמודה עמודה.**

א. AB

ב. BA

5). תהי $S=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}$. חשב את S^{150} ואת S^{1001} (רמז: מצאו מחזוריות)

6) עבור אילו ערכי k למערכת הבאה: א. אין פתרון
ב. יש פתרון יחיד
ג. אינסוף פתרונות מיהם המשתנים החופשיים במקרה זה?

$$x+2y+kz=-1$$
$$x-3z=-3$$
$$2x+ky-z=-4$$

ד. הצב את הערך של k שקיבלת בסעיף ג ורשום את הפתרון הכללי של המערכת

ה. הראה שהפתרון הכללי שמצאת בסעיף קודם שווה לסכום של הפתרון הכללי של המשוואה ההומוגנית עם פתרון כלשהו של המשוואה הלא הומוגנית.

7) הוכיחו כי לכל $A\in\mathbb{F}^{m\times n}$, $Ae_i=C_i(A)$. **כאשר** $e_i=\begin{pmatrix}0\\ \vdots\\ 1\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix}\leftarrow i\text{-th row}$