

בוחר בקורס טופולוגיה 222-88 ד"ר טל נוביק

20.05.15 ב' סיוון ה'תשע"ה

מתרגלים: תמר נחשוני ואלעד עטייא.

הנחיות:

- ענו על כל השאלות.
- רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- ללא חומר עזר.
- השאלות אינן מסודרות לפי רמת קושי; כדאי לענות על סעיף הבנוס לאחר שסיימתם את שאר השאלות. חלקו את זמנכם בתבונה.

1. (כל סעיף 15 נקודות) תהי X קבוצה עם יותר מאיבר אחד ($|X| \geq 2$). יהי $a \in X$, ונגדיר:

$$\tau_a = \{O \subseteq X, a \in O\} \cup \{\emptyset\}$$

(א) הוכיחו ש- (X, τ_a) מרחב טופולוגי.

(ב) האם המרחב קשיר?

(ג) האם המרחב מטריזבילי?

(ד) (5 נקודות) בונוס: האם המרחב הוא קומפקטי? רמז: הפרידו למקרים.

2. (20 נקודות) יהי (X, d) מרחב מטרי, כך שכל סדרה מתכנסת בו היא קבועה לבסוף. הוכיחו שהמטריקה משרה את הטופולוגיה הדיסקרטית. (רמז: מספיק להוכיח שכל נקודון $\{a\}$ הוא קבוצה פתוחה.)

3. (40 נקודות) תהי A קבוצה. הוכיחו: $cl(A) = (int(A^c))^c$.