

נגדיר את A להיות קבוצת כל תתי הקבוצות האינסופיות של \mathbb{N} . מכיוון שהוכחנו בכיתה שעוצמת קבוצת כל התתי קבוצות הסופיות היא \aleph_0 , אז בהכרח $|A| = \aleph_0$.
 כעת נבנה פונ' חח"ע f מ A לקבוצת כל הפונ' החח"ע ועל מהטבעיים לעצמם (שלצורך נוחות תסומן ב C) באופן הבא:

תהי B תת קבוצה אינסופית של \mathbb{N} . נסדר את איברי B בסדר עולה: $B = \{b_1, b_2, \dots\}$.
 $f(B) = h_B$ כאשר h היא הפונ' הבאה:

$$h_B(m) = \begin{cases} m & m \notin B \\ b_{2t-1} & m = b_{2t} \\ b_{2t} & m = b_{2t-1} \end{cases}$$

קל לראות ש h_B היא אכן פונ' חח"ע ועל. (זאת למעשה תמורה על איברי \mathbb{N}).
 כעת נראה ש f חח"ע. יהיו $B_1 \neq B_2$. אז בה"כ יש $m \in B_1, m \notin B_2$. $h_{B_2}(m) = m$, אבל $h_{B_1}(m) \neq m$, לכן $h_{B_1} \neq h_{B_2}$.
 מצאנו f חח"ע מ A ל C , לכן $|A| \leq |C|$.
 מצד שני, C מוכל בקבוצת הפונ' מ \mathbb{N} ל \mathbb{N} , שעוצמתה $\aleph_0 = 2^{\aleph_0}$.
 לפי קש"ב: $|C| = \aleph_0$. מש"ל.