

תרגיל 8

1. יהיו $\{(X_i, d_i)\}_{i=1}^n$ מרחבים מטריים. הראו שמרחב המכפלה $X = \prod X_i$ הוא מטריזבילי (עם טופולוגיית המכפלה).

2. יהי (X, d) מרחב מטרי. הוכיחו שהפונקציה: $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה (לפי טופולוגיית המכפלה).

3. יהי X מ"ט. נגדיר את האלכסון של X באופן הבא:

$$\Delta = \{(x, x) \mid x \in X\} \subseteq X \times X$$

הוכיחו שהקבוצה Δ סגורה אם ורק אם X האוסדורף.

4. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים ספרביליים. האם $X \times Y$ ספרבילי?

5. יהיו $\{(X_i, \tau_i)\}_{i=1}^n$ מרחבים טופולוגיים T_1 . הוכיחו שמרחב המכפלה הוא T_1 .

6. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. הוכיחו ש: $X \times Y \cong Y \times X$.