דף תרגילים 3

**עקומות ב :**

1. נתונה הפונקציה :
   1. מצא פרמטרזציה רגולרית של הגרף של הפונקציה. ושרטט את העקומה במערכת הצירים.
   2. האם פרמטרזציה רגולרית של הגרף?
   3. מצא נוסחאות לוקטור המשיק והווקטור הנורמל בכל נקודה על העקומה.
   4. מצא את עקמומיות העקומה בעזרת הפרמטריזציה.
   5. מצא את עקמומיות העקומה בעזרת נוסחת Bateman. תזכורת לנוסחאת Bateman:
   6. מהי העקמומיות המינימאלית של העקומה, ועל איזה נקודה היא מתקבלת?
2. תהי פונקציה , . מצא פרמ' במהירות יחידה לעקומה זאת.
3. הוכיחו שלעקומה (במישור או במרחב) יש מהירות קבועה אם ורק אם מאונך ל- .
4. חשב את עקמומיות העקומה המוגדרת ע"י המשוואה (היעזר בנוסחת Bateman)
5. חשב את העקמומיות של העקומות הבאות:
6. חשב את העקמומיות הכוללת של העקומות:
   1. ,
   2. פרמ' במהירות יחידה של פתרון המשוואה .
   3. פרמ' במהירות יחידה של פתרון המשוואה

.

* 1. פרמ' במהירות יחידה של פתרון המשוואה

.

מספר שלם חיובי.

1. חקור את העקומה , .
   1. צייר אותה.
   2. חשב ועקמומיות.
   3. מה עם מהירות יחידה?
   4. מצא את , האם יש סיבה תיאורתית לתוצאה הזאת?

**עקומות ב :**

1. נתונה עקומה המוגדרת ע"י הפרמטרזציה
   1. חשב את מהירות העקומה.
   2. חשב את אורך העקומה.
   3. נתונה פונקציה , . איך שינוי הפרמטריזציה ישפיע על אורך העקומה?
   4. מצא פרמטרזציה במהירות יחידה לעקומה .
2. הראה שהעקומות הבאות נתונות בפרמטרזצית יחידה וחשב את העקמומיות והפיתול שלהן
3. חקור את העקומות הבאות – בדוק אם יש להן פר"מ מהירות יחידה שניתן למצוא בזמן סביר, מצא , עקמומיות ופיתול, ונסה לצייר אותן.
   1. .
   2. העקומה המוגדרת ע"י המשוואות: ו-.
4. הוכח שכל מסילה במהירות יחידה עם עקמומיות ופיתול קבועים היא מהצורה עבור איזשהם וקטורים אורתוגונליים עם ואיזשהו . רמזים:
   1. השתמש במשוואות פרנה בשביל להוכיח ש- וקטור קבוע, הוא יהיה .
   2. אז הגדירו עקומה חדשה , זכרו שבניגוד ל- , לא חייבת להיות במהירות יחידה. הראו ש- מאונך ל- , והסיקו של- יש מהירות קבועה (שאלה 3).
   3. הוכיחו שיש ל- עקמומיות קבועה, ושהפיתול שלה הוא 0.
   4. הסיקו מהתרגול שהיא בתוך מישור, ושהיא מעגל הנע במהירות קבועה – מה שיאמר שהיא מהצורה כאשר מרכז המעגל ו- וקטורים אורתוגונליים באותו אורך שפורשים את המישור עליו נמצאת.