טופולוגיה

תרגול 1

מרץ 21

ברוכים הבאים

- זו מצגת, לא להיבהל - מודל היברידי

ברוכים הבאים

- זו מצגת, לא להיבהל - מודל היברידי
- מצגת זו נועדה ככלי עזר להצגה בכיתה ולא כדרך לחזור על החומר.

ברוכים הבאים

- זו מצגת, לא להיבהל - מודל היברידי
- מצגת זו נועדה ככלי עזר להצגה בכיתה ולא כדרך לחזור על החומר.
- לכן, **היא לא מכילה את כל החומר שנלמד**

קצת עלי

- מוזמנים לפנות אלי במייל בכתובת matan.komisarchik@gmail.com

קצת עלי

- מוזמנים לפנות אלי במייל בכתובת matan.komisarchik@gmail.com
- הייתי תיכוניסט כמוכם

קצת עלי

- מוזמנים לפנות אלי במייל בכתובת matan.komisarchik@gmail.com
- הייתי תיכוניסט כמוכם
- כרגע דוקטורנט של פרופסור מגרל

קצת עלי

- מוזמנים לפנות אלי במייל בכתובת matan.komisarchik@gmail.com
- הייתי תיכוניסט כמוכם
- כרגע דוקטורנט של פרופסור מגרל
- אוהב לטייל

קצת עלי

- מוזמנים לפנות אלי במייל בכתובת an.komisarchik@gmail.com
- הייתי תיכוניסט כמוכם
- כרגע דוקטורנט של פרופסור מגרל
- אוהב לטייל

מטרות התרגול

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~
- לחזק את האינטואיציה שלכם מול החומר הנלמד

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~
- לחזק את האינטואיציה שלכם מול החומר הנלמד
- דוגמאות, דוגמאות, דוגמאות

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~
- לחזק את האינטואיציה שלכם מול החומר הנלמד
- דומאות, דוגמאות, דוגמאות
- לזהות נושאים שלא עברו טוב

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~
- לחזק את האינטואיציה שלכם מול החומר הנלמד
- דומאות, דוגמאות, דוגמאות
- לזהות נושאים שלא עברו טוב
- להכין אתכם למבחן

מטרות התרגול

- ~~לפתור תרגילים~~
- לחזק את האינטואיציה שלכם מול החומר הנלמד
- דומאות, דוגמאות, דוגמאות
- לזהות נושאים שלא עברו טוב
- להכין אתכם למבחן
- טוב, גם נפתור תרגילים :)

מנהלות

- שעות קבלה: אפשר לתאם באופן פרטני במייל.
- שיעורי בית: נועדו בשבילכם. לא תהיה בדיקה
- אני אשתדל לפנות כל פעם למגדר אחר באופן אקראי, זה מכוון לכולם.ן :)

קצת ZOOM לפני שמתחילים

- נא להישאר על Mute לאורך כל השיעור, אלא אם צוין אחרת.
- מוזמנים להתמש ב-Chat כדי לשאול ולענות אחד לשני על שאלות
- אחרי כל נושא, אתן זמן לשאלות.
- במהלך השיעור אני אשתמש בסקרים אנונימים כדי להבין את מצב הכיתה

חימום ב-Zoom

איך אתם מרגישים לקראת התרגול בטופולוגיה? ענו בסקר שנפתח ב-Zoom:

- מצוין!
- יותר טוב מזה נשתגע
- מדהים!
- ממש חלום שמתגשם

יאללה! מרחבים מטרים ברבאק

יאללה! מרחבים מטרים ברבאק

- בגדול: אבסטרקציה של הרעיון של מרחק
- בקטן: משרה כמעט את כל התכונות ה"גאומטריות" של מרחב

הגדרה: מטריקה

פונקציה $d : X \times X \to \mathbb{R}$ היא *מטריקה* אם היא מקיימת את שלושת התנאים הבאים:

הגדרה: מטריקה

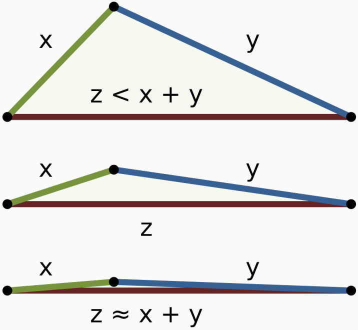
פונקציה $d : X \times X \to \mathbb{R}$ היא *מטריקה* אם היא מקיימת את שלושת התנאים הבאים:

- המרחק בין שני אברים הוא אפס אמ"מ הם זהים
- המרחק בין שני אברים לא תלוי בסדר שלהם
- אי שיוויון המשולש: תמונה שווה אלף מילים

$\forall x,y \quad d(x,y)=0 \iff x=y$

$d(x,y)=d(y,x)$

$d(x,z) \leq d(x,y)+d(y,z)$



דוגמאות: מטריקה

- פונקציית הערך המוחלט מעל $\mathbb{R}$ או $\mathbb{C}$.
- במרחב עם נורמה (מרחב מכפלה פנימית לדוגמה) ישנה מטריקה מושרית

$\|x+y\| \le \|x\| + \|y\|$

- מטריקות d_p שמוגדרת על ידי:

$$d_p\left((x_i)_{i=1}^n, (y_i)_{i=1}^n\right) := \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n d(x_i, y_i)^p}$$

$d_1((x_i)) := \sum |x_i|$

$d_\infty((x_i)) := \max |x_i|$

$\|(x_i)\|_p$

שימו לב ש-$1 \le p \le \infty$.

- מטריקות l_p
- המטריקה הדיסקרטית

$$d_{disc}(x,y) := \begin{cases} 1 & x \neq y \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

עוד דוגמאות: מטריקה בין קבוצות

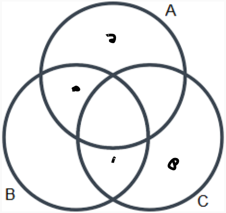
מרחק בין קבוצות:

$$d(A, B) := |A \triangle B|$$

עוד דוגמאות: מטריקה בין קבוצות

מרחק בין קבוצות:

$$d(A,B) := |A \triangle B|$$

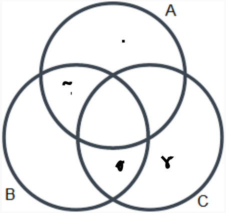


- $A \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

עוד דוגמאות: מטריקה בין קבוצות

מרחק בין קבוצות:

$$d(A,B) := |A \triangle B|$$



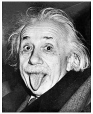
זה עובד גם עם מחליפים את העוצמה בהגדרה במידה (כלומר, שטח)

עוד דוגמאות: מטריקת רימן

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

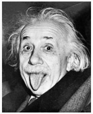
עוד דוגמאות: מטריקת רימן

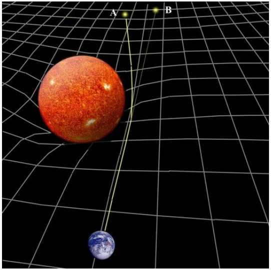
$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



עוד דוגמאות: מטריקת רימן

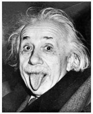
$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

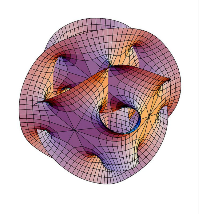


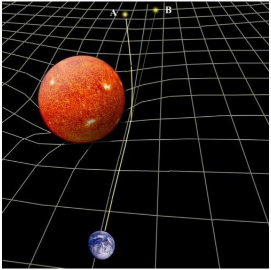


עוד דוגמאות: מטריקת רימן

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

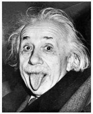


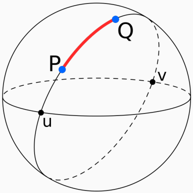


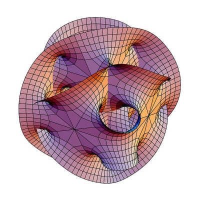


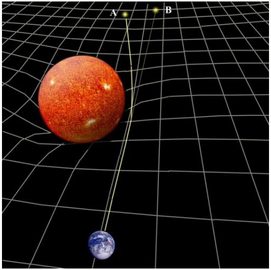
עוד דוגמאות: מטריקת רימן

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$









תרגיל: סוג-של אי שיוויון המשולש לקבוצות

תזכורת:

$$d(x,A) := \inf_{y\in A} d(x,y).$$

תרגיל: סוג-של אי שיוויון המשולש לקבוצות

תזכורת:

$$d(x,A) := \inf_{y\in A} d(x,y).$$

(X,d)

הוכיחו שלכל X, $A \subseteq X$ $x,y \in X$ מתקיים

$$d(x,A) \le d(x,y) + d(y,A).$$

$$\inf_{a\in A} d(x,a) \leq d(x,y) + \underline{\inf_{b\in A} d(y,b)},$$

כדי להוכיח ה-inf לכן משהו אחר, צריך להראות
שלכל ε ל כל בחירה.
יהי $b\in A$ כלשהו

$$\inf_{a\in A} d(x,a) \leq d(x,y) + d(y,b)$$

כדי להוכיח ה-inf קטן משהו, מספיק למצוא דוגמה
נבחר $a = b \in A$

$$\inf_{a\in A} d(x,a) \leq d(x,b) \leq d(x,y) + d(y,b)$$

וזה נכון לפי אי שיוויון המשולש.

תרגיל: איחוד קבוצות חסומות

תזכורת:

$$\operatorname{diam} A := \sup_{x,y\in A} d(x,y).$$

קבוצה A נקראת *חסומה* אם $\operatorname{diam} A < \infty$.

הוכיחו שאיחוד של מספר סופי של קבוצות חסומות הוא חסום.

פתרון: איחוד קבוצות חסומות

מוטיבציה, מספיק לגרום לשתי A,B

$$M := \operatorname{diam} A + d(a,b) + \operatorname{diam}(B)$$

נגדיר $a\in A, b\in B$ כלשהם.

$$\operatorname{diam} A\cup B := \sup_{x,y\in A\cup B} d(x,y) \leq M$$

כדי ש-sup יהיה קטן משהו, הוא צריך להיות קטן לכל בחירה.

יהי $x,y\in A\cup B$. נראה ש- $d(x,y)\leq M$

(1)+(2) $x,y\in A \lor x,y\in B \Rightarrow d(x,y) \leq \operatorname{diam} A < M \lor \leq \operatorname{diam} B < M$

(3)+(4) $x\in A, y\in B \Rightarrow$

מקבוצות ריקות

$$d(x,y) \leq d(x,a) + d(a,b) + d(b,y)$$
$$\leq \operatorname{diam} A + \text{''} + \operatorname{diam} B = M$$

תרגיל: חסימות במרחב נורמי

הוכיחו שקבוצה A היא חסומה במרחב נורמי אמ"מ

$$\sup_{x \in A} \|x\| < \infty.$$

הגדרה: אולטרה מטריקה

מטריקה שמקיימת את אי שיוויון המשולש החזק:

$$d(x,z) \leq \max(d(x,y), d(y,z))$$

הגדרה: אולטרה מטריקה

מטריקה שמקיימת את אי שיוויון המשולש החזק:

$$d(x,z) \leq \max(d(x,y), d(y,z))$$

בדרך כלל זה יתאר דברים פחות "גאומטריים" ויותר "מוקצנים" (כמו המטריקה הדיסקרטית)

תרגיל: אולטרה מטריקה על מילים - ומה הקשר לקבוצת קנטור

נניח ש- $w := w_1 \cdot w_2 \cdots$ ו- $u = u_1 \cdot u_2 \cdots$ הן מילים (לאו דווקא סופיות) בשפה מסויימת עם האותיות $0, 1, \ldots, n-1$. נגדיר

$$\kappa(w, u) := \min\{i \in \mathbb{N} \mid w_i \neq u_i\},$$

$0 \quad 1 \quad 2$

$w = 1 \; 2 \; 3 \; 4$

$u = 1 \; 2 \; 4 \; 3$, $\quad \kappa(w,u) = 2$

אם $w \neq u$ ו- ∞ אחרת.

תרגיל: אולטרה מטריקה על מילים - ומה הקשר לקבוצת קנטור

נניח ש- $w := w_1 \cdot w_2 \cdots$ ו- $u = u_1 \cdot u_2 \cdots$ הן מילים (לאו דווקא סופיות) בשפה מסויימת עם האותיות $0, 1, \ldots, n-1$. נגדיר

$$\kappa(w, u) := \min\{i \in \mathbb{N} \mid w_i \neq u_i\},$$

אם $w \neq u$ ו- ∞ אחרת.
נבחר מספר $p \geq 1$ כלשהו. נגדיר את המרחק הלקסיקוגרפי בניהן להיות

$$d(w, u) := p^{-\kappa(w,u)}$$

ו- $d(w, u) = 0$ אם $w = u$.
321
לדוגמה, המרחק בין המילה "אבטיח" ל-"אבא" היא p^{-3}.

תרגיל: אולטרה מטריקה על מילים - ומה הקשר לקבוצת קנטור

נניח ש- $w := w_1 \cdot w_2 \cdots$ ו- $u = u_1 \cdot u_2 \cdots$ הן מילים (לאו דווקא סופיות) בשפה מסויימת עם האותיות $0, 1, \dots, n-1$. נגדיר

$$\kappa(w, u) := \min\{i \in \mathbb{N} \mid w_i \neq u_i\},$$

אם $w \neq u$ ו- ∞ אחרת.
נבחר מספר $p \geq 1$ כלשהו. נגדיר את המרחק הלקסיקוגרפי בניהן להיות

$$d(w, u) := p^{-\kappa(w,u)}$$

ו- $d(w, u) = 0$ אם $w = u$.
לדוגמה, המרחק בין המילה "אבטיח" ל-"אבא" היא p^{-3}.
הוכיחו שזו אכן אולטרה מטריקה.

$$\forall\, w,u,v: \quad d(w,v) \le \max\, d(w,u), d(u,v)$$

$$\Updownarrow$$

$$\forall \quad p^{-k(w,v)} \le \max\, p^{-k(w,u)}, p^{-k(u,v)} \quad / \log_p$$

$$\Updownarrow$$

$$-k(w,v) \le \max\left(-k(w,u), -k(u,v)\right)$$

$$\Updownarrow$$

$$k(w,v) \ge \min\left(k(w,u), k(u,v)\right)$$

לא צריך לבדוק את המקרה של 0 בנפרד

אחרת בשלילה נניח

$$i = k(w,v) < \min\left(k(w,u), k(u,v)\right)$$

$$w_i \ne v_i \quad , \quad w_i = u_i \;,\; u_i = v_i \implies w_i = v_i$$

סתירה

המשך תרגיל: מרחב קנטור

כאשר $n = 2$ אנחנו קוראים למרחב המילים הזה *מרחב קנטור* ומסמנים אותו כ- C.
לצורך התרגול, כאשר $n \neq 2$ נסמן את המרחב שנוצר כ- C_n.

המשך תרגיל: מרחב קנטור

כאשר $n = 2$ אנחנו קוראים למרחב המילים הזה *מרחב קנטור* ומסמנים אותו כ- C.
לצורך התרגול, כאשר $n \neq 2$ נסמן את המרחב שנוצר כ- C_n.
נגדיר את הסדרות $x_i := i \mod 2$ ו- $y_i := 0$. **חשבו** את $d(\{x_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{y_i\}_{i\in\mathbb{N}})$.

0 1

x_i : 0 1 0 1

y_i : 0 0

המשך תרגיל: מרחב קנטור

נגדיר

$$A := \left\{ \{x_i\}_{i\in\mathbb{N}} \in C \mid \limsup_{i\in\mathbb{N}} \frac{1}{i+1} \sum_{j=0}^{i} x_i > 0 \right\} \subseteq C_n$$

חשבו את $d(\{y_i\}_{i\in\mathbb{N}}, A)$.

$$H_i^j := \begin{cases} 0 & i<j \\ 1 & \text{אחרת} \end{cases}, \quad H_i^j \in A$$

אתגר: מרחב קנטור

הוכיחו שבמרחב קנטור אין נקודות מבודדות.

דוגמה: מספרים פי-אדים

בהינתן מספר ראשוני p נתון, נגדיר

$$\nu_p(n) := \max\{r \in \mathbb{N} \mid p^r \text{ divides } n\},$$

ו-

$$\left|\frac{a}{b}\right|_p := p^{-\nu_p(a)},$$

ו-b לא מתחלק ב-p.

הוכיחו שזו אולטרה נורמה.

עשו זאת ישירות וגם באמצעות התרגיל הקודם.

$$|a+b|_p \le \max(|a|_p, |b|_p)$$ [illegible] / רגיל

$$-v_p(a+b) \le \max -v_p(a), -v_p(b)$$

$$v_p(a+b) \ge \min v_p(a), v_p(b) = c$$

$$\Downarrow$$

$$p^i \mid a+b \qquad p^{v_p(a)} \mid a, \; p^{v_p(b)} \mid b$$

$$p^i \mid a, \; p^i \mid b$$

$$\Downarrow$$

$$i \qquad i \le v_p(a+b) \Leftarrow p^i \mid a+b$$

$\varphi : (\mathbb{Z}, d_p) \to C_p$

$z \longmapsto$ ייצוג שלו בבסיס p

<u>הפוך</u>

לדוגמה:

$6 \longmapsto 011$

110

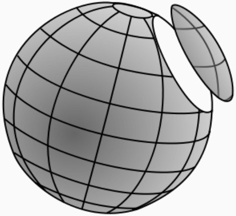
$30 \qquad 111110 \longmapsto 011111$

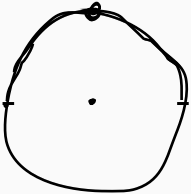
סקר

תזכורת:

$$B(x,r) := \{y \in X \mid d(x,y) < r\} \quad B[x,r] := \{y \in X \mid d(x,y) \le r\}.$$

כמה כדורים סגורים בקוטר $\frac{\pi}{2}$ צריך כדי לכסות ספרה בקוטר 1? ענו בסקר שנפתח ב-Zoom.





- 1
- 2
- 3
- 4

תרגיל: כדורים פתוחים

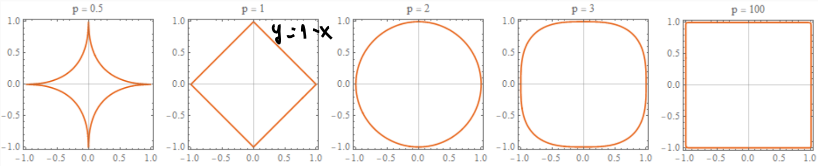
מצאו

- כדור פתוח בקוטר $\frac{\pi}{2}$ על ספרה עם רדיוס 1.
- $B\left(0, \frac{2}{5}\right)$ ו- $B\left[0, \frac{2}{5}\right]$ ב-3-אדים.
- **סווגו** את כל הכדורים הפתוחים והסגורים בטופולוגיה ה-p-אדית.
- $B(0,1)$ ב-$\mathbb{R}^2$ עם מטריקת d_1 ו-d_∞.

תרגיל: כדורים פתוחים

מצאו

- כדור פתוח בקוטר $\frac{\pi}{2}$ על ספרה עם רדיוס 1.
- $B\left(0, \frac{2}{5}\right)$ ו-$B\left[0, \frac{2}{5}\right]$ ב-3-אדים.
- **סווגו** את כל הכדורים הפתוחים והסגורים בטופולוגיה ה-p-אדית.
- $B(0, 1)$ ב-$\mathbb{R}^2$ עם מטריקת d_1 ו-d_∞.



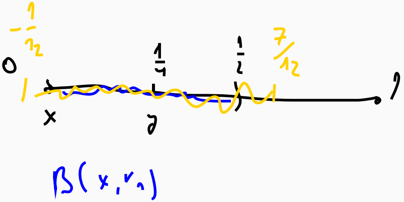
תרגיל: מונוטוניות של כדורים

יהי (X,d) מרחב מטרי ויהיו $x,y\in X$. בנוסף, נניח ש $r_1,r_2\in\mathbb{R}^+$.

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

- $r_1\le r_2 \Rightarrow B(x,r_1)\subseteq B(x,r_2)$. הוכחה:
- $r_1\le r_2 \Leftarrow B(x,r_1)\subseteq B(x,r_2)$. הפרכה: המבריקה הלטינג׳ר״
- $r_1\le r_2 \Leftarrow B(x,r_1)\subseteq B(\underline{\underline{y}},r_2)$.

$X=[0,1]$, $x=0$, $r_1=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{4}$, $r_2=\frac{1}{3}$



תרגיל: מרכז של כדור אולטרה מטרי

הוכיחו שכל נקודה בכדור אולטרה מטרי היא המרכז שלו.
כלומר, לכל $y \in B(x, r)$,

$$B(x, r) = B(y, r).$$

הגדרה: התכנסות סדרות

ההגדרה מאינפי:

נגיד שהסדרה $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת ל- $x \in \mathbb{R}$ אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $n_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n_0 \leq n \in \mathbb{N}$ מתקיים $|x - x_n| \leq \varepsilon$.

הגדרה: התכנסות סדרות

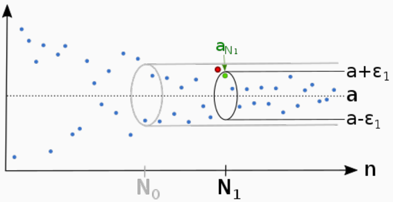
ההגדרה מאינפי:
נגיד שהסדרה $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת ל- $x \in \mathbb{R}$ אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $n_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n_0 \leq n \in \mathbb{N}$ מתקיים $\underline{|x - x_n|} \leq \varepsilon$.

ההגדרה למרחבים מטריים:
נגיד שהסדרה $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת ל- $x \in X$ אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $n_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n_0 \leq n \in \mathbb{N}$ מתקיים $\underline{d(x - x_n)} \leq \varepsilon$.

הגדרה: התכנסות סדרות

ההגדרה מאינפי:
נגיד שהסדרה $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת ל- $x\in\mathbb{R}$ אם לכל $\varepsilon>0$ קיים $n_0\in\mathbb{N}$ כך שלכל $n_0\le n\in\mathbb{N}$ מתקיים $|x-x_n|\le\varepsilon$.

ההגדרה למרחבים מטריים:
נגיד שהסדרה $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ מתכנסת ל- $x\in X$ אם לכל $\varepsilon>0$ קיים $n_0\in\mathbb{N}$ כך שלכל $n_0\le n\in\mathbb{N}$ מתקיים $d(x-x_n)\le\varepsilon$.



סקר

האם אתן יודעות לתכנת? ענו בסקר שנפתח ב-Zoom:

- כן, פיתון זו שפת האם שלי
- Comme Ci Comme ça
- אמאל'ה, יש סיבה שאני לא בתואר במדמ"ח

תרגיל

על כל אחת מהסדרות הבאות, סווגו מתי היא מתכנסת ולאן עבור המטריקה הפיאדית עם p נתון.

- $p^n \to 0$
- a^n , $p \nmid a$
- $n! \to 0$
- $\sum_{i=1}^{n} p^i$

$p \mid a \to 0$

אחרת לא מתכנס

$p\frac{1-p^n}{1-p}$

$p=2 \Rightarrow -2$

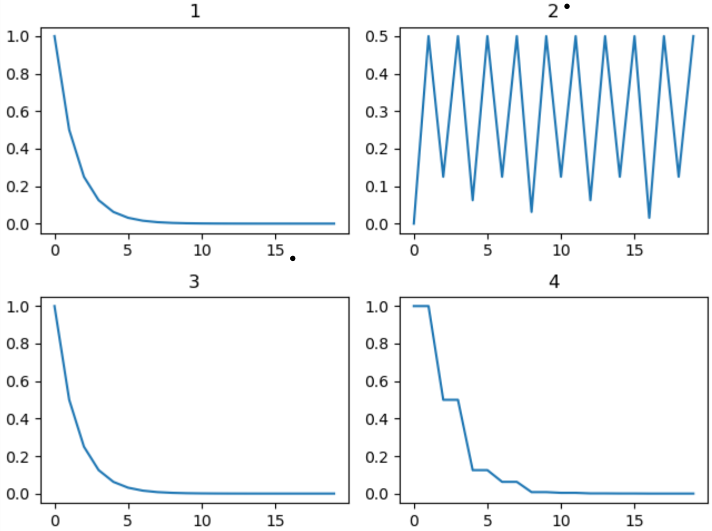
$p\neq 2$

תרגיל - קצת קוד

```python
import math
import matplotlib.pyplot as plt

def p_valuation(p, n):

    if n == 0:
        return math.inf

    result = 0

    while n % p == 0:   # Note that "%" is the modulo operation
        n = n / p
        result += 1

    return result


def p_norm(p, n):
    return p ** (- p_valuation(p, n))   # Note that "**" is exponentiation


def plot_convergence(sequence, limit, p):

    distances = [p_norm(p, element - limit) for element in sequence]

    plt.plot(range(len(sequence)), distances)
    plt.show()



N = 20
P = 2

plot_convergence([P ** n for n in range(N)], 0, P)
plot_convergence([(P + 1) ** n for n in range(N)], 1, P)
plot_convergence([math.factorial(n) for n in range(N)], 0, P)
```

תרגיל - קצת קוד

מה מבין הבאים יכול להיות גרף המרחק בין הסדרה לגבול שלה במקרה של העצרת? ענו בסקר בזום.



תרגיל

מצאו סדרה ב-l_∞ שאינה מתכנסת, אבל כל רכיב בה מתכנס.

תרגיל: אוטו-איזומטריה

תזכורת: שיכון איזומטרי הוא פונקציה בין מרחבים מטריים שמשמרת את המטריקות. אם הפונקציה היא גם על אז היא תיקרא איזומטריה.

תרגיל: אוטו-איזומטריה

תזכורת: שיכון איזומטרי הוא פונקציה בין מרחבים מטריים שמשמרת את המטריקות. אם הפונקציה היא גם על אז היא תיקרא איזומטריה.

הוכיחו או הפריכו : כל שיכון איזומטרי בין מרחב לעצמו הוא איזומטריה.

$$[0,\infty) \to [1,\infty)$$

$$x \mapsto x+1$$

תרגיל: אוטו-איזומטריה

תזכורת: שיכון איזומטרי הוא פונקציה בין מרחבים מטריים שמשמרת את המטריקות. אם הפונקציה היא גם על אז היא תיקרא איזומטריה.

הוכיחו או הפריכו : כל שיכון איזומטרי בין מרחב לעצמו הוא איזומטריה. האם תשובתכן תשתנה אם מדובר בתת קבוצה חסומה של $\mathbb{R}^n$?

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$, $(\mathbb{Z}, d_p)$, (X, dis), $(\mathbb{R}^n, d_p)$

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי p-adic, C_n, d_{disc}

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.

$A = (0,1)$, $x = 0$

$A =$ ציר מפוזג, $x = 0$
linspan

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.

$\sum 2^i, \; p^n$

$\sum p^i$

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).

$[0,1]$ $x=0$,

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים
  - כל נקודה בכדור היא ה"מרכז" שלו

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים
  - כל נקודה בכדור היא ה"מרכז" שלו
  - סכום של מספרים חיוביים יכול להתכנס למספר שלילי

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים
  - כל נקודה בכדור היא ה"מרכז" שלו
  - סכום של מספרים חיוביים יכול להתכנס למספר שלילי
  - קבוצת קנטור קשורה לתורת המספרים איכשהו?!

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים
  - כל נקודה בכדור היא ה"מרכז" שלו
  - סכום של מספרים חיוביים יכול להתכנס למספר שלילי
  - קבוצת קנטור קשורה לתורת המספרים איכשהו?!
- דוגמה לשיכון איזומטרי עצמי שאינו איזומטריה

סיכום

- דוגמאות למרחב מטרי
- דומאות למרחב אולטרה-מטרי
- דוגמה לקבוצה $A \subseteq X$ ואיבר $x \in X \setminus A$ כך ש- $d(x, A) = 0$.
- דוגמה לסדרה שמתכנסת ב-p-אדים רק עבור p מסויימים.
- כדור ברדיוס גדול יכול להיות מוכל בכדור ברדיוס קטן (אם המרכז שלהם שונה).
- לתכנת יכול לעזור לפעמים
- אולטרה-מטריקה יכולה להיות מוזרה לפעמים
  - כל נקודה בכדור היא ה"מרכז" שלו
  - סכום של מספרים חיוביים יכול להתכנס למספר שלילי
  - קבוצת קנטור קשורה לתורת המספרים איכשהו?!
- דוגמה לשיכון איזומטרי עצמי שאינו איזומטריה

•