

# בוחרן מבנים אלגבריים הנדסה תשעו

21/1/2016 י"א שבט

מתרגל: אחיה בר־און.

- ענה על 3 מתוך 4 שאלות.
  - על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא.
  - הקפידו על סדר ניקיון.
  - משך הבוחן: שעה וחצי.
  - ללא חומר עזר.
  - מותר מחשבון.
  - נמקו היטב את תשובתכם.
  - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי־ מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
  - ניקוד: ניקוד שווה של  $33\frac{1}{3}$  נקודות לכל שאלה. בכל שאלה הניקוד מתחלק שווה בשווה בין הסעיפים.
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

1	
2	
3	
4	
total	

**בהצלחה!**

1. הגדרה: יהא  $R$  חוג חילופי.  $0 \neq a \in R$  יקרא מחלק אפס אם קיים  $b \in R$  כך ש  $ab = 0$ . הוכח/הפרד:

(א) אם  $a \in R$  מחלק אפס אז  $a$  אינו הפיך.

(ב) אם  $a, a' \in R$  מחלקי אפס אז  $a + a' \in R$  גם כן מחלק אפס.

2. נגדיר  $G = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f \text{ is function}\}$  חבורת הפונקציות מהממשיים לממשיים עם חיבור פונקציות (כלומר

עבור  $g(x), h(x) \in G$  החיבור  $(g+h)(x) \in G$  מוגדר להיות  $(g+h)(x) = g(x) + h(x)$   
עוד נגדיר  $H = \{f(x) \in G : f(0) = 0\} \leq G$ . הוכח כי

$$G/H \cong \mathbb{R}$$

כאשר  $\mathbb{R}$  זה חבורת הממשיים ביחס לחיבור והסימון  $\cong$  מסמן איזומורפיזם של חבורות.

3. תהא  $G$  חבורה ו  $N, K \leq G$  שתי תתי חבורה נורמליות המקיימות  $N \cap K = \{e\}$ . הוכיחו כי

$$\forall x \in N, y \in K : xy = yx$$

4. מצא  $x \in \mathbb{Z}$  שלם המקיים

$$x \equiv 2 \pmod{2^3}$$

$$x \equiv 4 \pmod{3^2}$$

$$x \equiv 22 \pmod{5^2}$$