

תרגיל 7 אנליזה הרמונית תש"ף

להגשה בשבוע שמתחיל בא' טבת, 29.12

1. (מבחן לדוגמה תשע"ט) נתונה הפונקציה $f(x) = (2x + \pi)e^{x^2}$ בקטע $[-\pi, \pi]$. אלו מהטענות הבאות נכונה לגבי הטור: $\sum_{n \in \mathbb{Z}} |\hat{f}(n)|^2$?

(א) הטור מתכנס על פי הלמה של רימן-לבג.

(ב) הטור בהכרח מתבדר על פי משפט דיריכלה.

(ג) הטור מתכנס על פי אי-שוויון בסל.

(ד) הטור מתכנס על פי משפט דיריכלה.

2. (מבחן תשע"ד מועד א') נתונה הפונקציה $f(x) = (x + \frac{\pi}{2})e^{x^2}$ בקטע $[-\pi, \pi]$. האם הטור $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}(n)$ מתכנס? האם $\sum_{n \in \mathbb{Z}} |\hat{f}(n)|$ מתכנס? והטור $\sum_{n \in \mathbb{Z}} |\hat{f}(n)|^2$?

3. (מבחן תשע"ד מועד ב') נתונה הפונקציה $f(x) = e^{x^2}$ בקטע $[-\pi, \pi]$. האם הטור $\sum_{n \in \mathbb{Z}} |\hat{f}(n)|$ מתכנס? האם $\sum_{n \in \mathbb{Z}} |n \hat{f}(n)|$ מתכנס? והטור $\sum_{n \in \mathbb{Z}} n^2 |\hat{f}(n)|^2$?