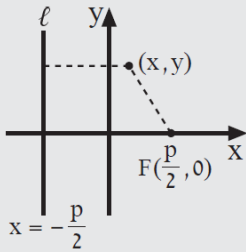


הנדסה אנליטית

הפרבולה

הגדרת הפרבולה – המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שנמצאות במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר קבוע נקרא פרבולה.

המשוואה האלגברית של הפרבולה



נבחר את המוקד כנקודה על הכיוון החיובי של ציר ה-x ואת המדרוך כישר המאונך לציר ה-x כך שציר ה-y חוצה את המרחק שבין המוקד למדרוך. לכן קודקוד הפרבולה הוא בראשית הצירים. מכאן ששיעורי המוקד הם $F(\frac{p}{2}, 0)$ ומשוואת המדרוך ℓ היא $x = -\frac{p}{2}$. נמצא את משוואתה של פרבולה כזאת, הנקראת פרבולה קנונית.

משוואת הפרבולה שמוקדה בנקודה $(\frac{p}{2}, 0)$ והמדרוך שלה הוא $x = -\frac{p}{2}$ היא:

$$y^2 = 2px$$

שאלה 1

מצא את משוואתו של מיתר בפרבולה $y^2 = 12x$ שאמצעו בנקודה (4,3).

שאלה 2

הישר $2x - y + 4 = 0$ חותך מהפרבולה $y^2 = 2px$ מיתרת שיעור ה-x של אמצע המיתר הוא 2.5, מצא את:

- א. משוואת הפרבולה.
- ב. את קצוות המיתר.

משיק לפרבולה

נדגיש תחילה שמשיק לפרבולה לא יכול להיות מאונך לציר ה- y (ראה הערה ג' בעמ' הבא). נוכל להגדיר:

ישר שאינו מאונך לציר ה- y משיק לפרבולה אם יש לו נקודה אחת ויחידה משותפת עם הפרבולה.

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_1, y_1) שעליה היא:

$$yy_1 = p(x+x_1)$$

תנאי ההשקה של הישר $y = mx+b$ ($m \neq 0, b \neq 0$) לפרבולה $y^2 = 2px$ הוא:

$$b = \frac{p}{2m}$$

שאלה 3

מצא משוואת הפרבולה $y^2 = 2Px$ שהישר $-x+2y-20=0$ משיק לה.

שאלה 4

ישר המאונך לציר X עובר דרך מוקד הפרבולה $y^2 = 12x$ וחותך אותה בנקודות A, B . מצא את משוואות המשיקים לפרבולה בנקודות A, B .

שאלה 5

2017 מועד ב'

נתונה הנקודה $A(20, 0)$.

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר ℓ_1 , המקביל לציר ה- x .

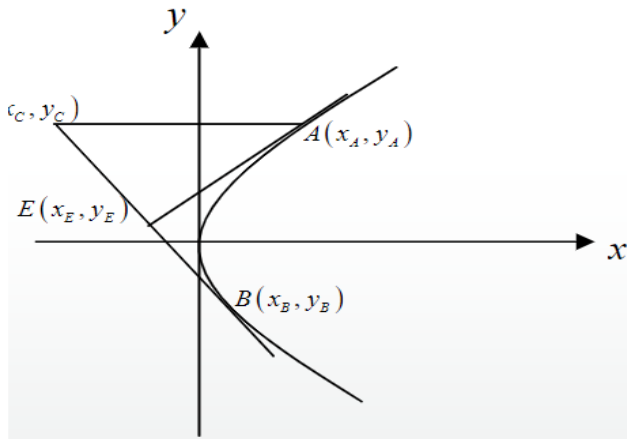
דרך ראשית הצירים, O , מעבירים ישר, ℓ_2 , שמאונך לישר AB .

הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 נחתכים בנקודה C .

א. הוכח שהמקום הגיאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה,

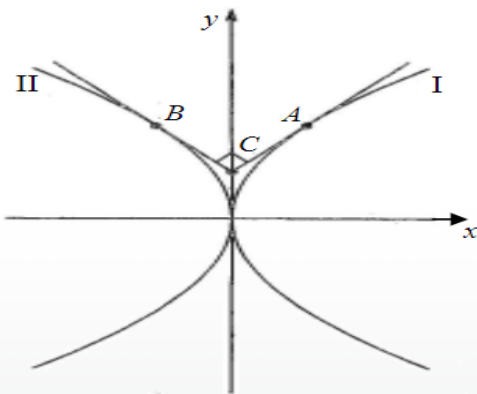
ומצא את משוואתה.

קיץ 2011 מועד ב'



נתונה הפרבולה $y^2 = 2x$.
 ישר המשיק לפרבולה בנקודה A
 נפגש בנקודה E עם ישר המשיק
 לפרבולה בנקודה B.
 (A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).
 דרך הנקודה A העבירו ישר החותך את
 המשך EB בנקודה C כך ש- $CE = EB$,
 כמתואר בציור.
 א. הראה כי $y_E \cdot (y_A - y_B) = x_A - x_B$
 ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.

חורף 2017 (שאלון 582 ו- 807 בגרות במתמטיקה)



נתונות שתי פרבולות:
 I. $y^2 = 4x$
 II. $y^2 = -4x$
 A היא נקודה על פרבולה I
 B היא נקודה על פרבולה II
 הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.
 העבירו לפרבולות I ו-II משיקים
 דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.
 נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,
 הנמצאת על ציר ה-y.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.
 (1) מצא את שיעורי הקדקוד M.
 (2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.
 מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

פתרון: א. $A(1,2), B(-1,2)$ ב. $M(0,3)$ ג. $x^2 + (y-3)^2 = 2$

