

אפיינו את העקומות המישוריות המוגדרות ע"י המשוואות:

$$1. \quad x^2 + 8xy + y^2 + 4x + 6y + 2 = 0$$

לאחר לכסון: $5(x')^2 - 3(y')^2 + 5\sqrt{2}x' + \sqrt{2}y' + 2 = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $5(x'')^2 - 3(y'')^2 - \frac{1}{3} = 0$
לכן היפרבולה.

$$2. \quad 12x^2 + 12xy + 12y^2 + 6x + 6y + 1 = 0$$

לאחר לכסון: $3(x')^2 + (y')^2 + \sqrt{2}x' + \frac{1}{6} = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $3(x'')^2 + (y'')^2 = 0$
לכן נקודה בודדת.

$$3. \quad x^2 - 3xy - 3y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$$

לאחר לכסון: $\frac{3}{2}(x')^2 - \frac{7}{2}(y')^2 + \frac{9}{5}\sqrt{10}x' + \frac{7}{5}\sqrt{10}y' + 4 = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $3x^2 - 7y^2 = 0$
לכן זוג ישרים נחתכים.

$$4. \quad -x^2 + 4xy + 2y^2 + 4y + 2 = 0$$

לאחר לכסון: $3(x')^2 - 2(y')^2 + \frac{8}{5}\sqrt{5}x' + \frac{4}{5}\sqrt{5}y' + 2 = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $3(x'')^2 - 2(y'')^2 + \frac{4}{3} = 0$
לכן היפרבולה.

$$5. \quad 9x^2 - 4xy + 9y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$

לאחר לכסון: $11(x')^2 + 7(y')^2 - 2\sqrt{2}x' + 1 = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $11(x'')^2 + 7(y'')^2 + \frac{9}{11} = 0$
לכן קבוצה ריקה.

$$6. \quad x^2 - xy + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$

לאחר לכסון: $\frac{3}{2}(x')^2 + \frac{1}{2}(y')^2 - 2\sqrt{2}x' + 1 = 0$
לאחר השלמה לריבוע: $9(x'')^2 + 3(y'')^2 - 2 = 0$
לכן אליפסה.

$$x^2 + xy + y^2 - x - y - 1 = 0 \quad .7$$

$$\frac{3}{2}(x')^2 + \frac{1}{2}(y')^2 - \sqrt{2}x' - 1 = 0 \quad \text{לאחר לכסון:}$$
$$\frac{3}{2}(x'')^2 + \frac{1}{2}(y'')^2 - \frac{4}{3} = 0 \quad \text{לאחר השלמה לריבוע:}$$

לכן אליפסה.

$$2x^2 + 4x^2 + 2y^2 - x - 2y - 1 = 0 \quad .8$$

$$4(y')^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x' - 3\frac{\sqrt{2}}{2}y' - 1 = 0 \quad \text{לאחר לכסון:}$$
$$4(y'')^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x'' - \frac{41}{32} = 0 \quad \text{לאחר השלמה לריבוע:}$$

לכן פרבולה.

$$2x^2 + 4xy + 2y^2 - x - y - 1 = 0 \quad .9$$

$$4(y')^2 - \sqrt{2}y' - 1 = 0 \quad \text{לאחר לכסון:}$$

מקרה מנוון. למשוואה שני פתרונות.
לכן שני ישרים מקבילים.