

1. מסדרים בשורה 15 קוביות: 5 אדומות, 7 לבנות ו-3 ירוקות. כמה סידורים

$$\frac{15!}{5!7!3!} \text{ : פתרון: שונים ניתן להבחין?}$$

2. בכמה אפשרויות שונות ניתן לסדר  $n$  אנשים בשורה כך ש:

א. משה ודינה יעמדו בסמיכות זה לצד זה?  $2 * (n - 1)!$

ב. משה, דינה ויואל יעמדו בסמיכות זה לצד זה?  $3! * (n - 2)!$

3. כמה מספרים שונים בני 4 ספרות ניתן ליצור מיחידות הלגו הבאות:

$$? 8, 8, 6, 5, 3, 2$$

פתרון: נבחין באפשרויות הבאות:

א. 8 מופיע פעמיים.

נבחר שני מקומות למקם את ה-8, ובמקומות האחרים נשים ספרות

בחירת מקומות

$$\binom{4}{2} * 4 * 3 \text{ : אחרות}$$

ב. 8 מופיע לכל היותר פעם אחת.

נשים 8 אחד בצד, ואז מהספרות הנותרות נבחר 4 ונסדר אותן:

בחירת ספרות

$$\binom{5}{4} * 4!$$

$$\binom{4}{2} * 4 * 3 + 5! \text{ לכן התשובה הסופית היא}$$

4. בכמה אפשרויות שונות ניתן לחלק קבוצה של  $2n$  אנשים לזוגות?

פתרון: נסדר את כולם בשורה כדי ליצור זוגות, ונחלק בסידורים הפנימיים

$$\frac{(2n)!}{2^n n!} \text{ : של הזוגות ובסידור הפנימי של כל הזוגות}$$

דוגמא: עבור 3 או  $n = 2$ .

5. בקרטון נמצאות 50 נורות מתוכן 15 מקולקלות. אדם שולף באופן אקראי 3

נורות מהקרטון. כמה אפשרויות לשליפה ישנן שבהן בידו לפחות נורה תקינה

אחת?

א. נשתמש בשיטת המשלים: נחשב את סך כל אפשרויות הבחירה

ונחסיר את האפשרויות שכל הנורות שהוא בחר תקולות:

$$\binom{50}{3} - \binom{15}{3}$$

ב. אפשרות אחרת: או שכל הנורות שהוא בחר תקינות, או שרק אחת

$$\binom{35}{3} + \binom{35}{2} \binom{15}{1} + \binom{35}{1} \binom{15}{2}$$

תקינה, או ששתיים תקינות:

6. בספינה תועה נמצאו 20 ילדים. הילדים אינם זוכרים את ימי הולדתם ומעוניינים לקבל יום הולדת.

א. מה מספר האפשרויות לחלק להם ימי הולדת כך שבדיוק 2 ילדים

יקבלו יום זהה ו18 ילדים יקבלו כל אחד יומולדת משלו?

פתרון: נבחר את 2 הילדים, ואז נבחר 19 ימי הולדת שונים (אחד לשני

$$\binom{20}{2} \binom{365}{19} 19!$$

$$\binom{20}{2} * \frac{365!}{346!}$$

ב. מה מספר האפשרויות לחלק להם ימי הולדת כך שיהיה לפחות יום

אחד בשנה שאותו יחגגו שני ילדים?

פתרון: נבחר את סך כל אפשרויות הבחירה של ימי הולדת ונחסיר

את האפשרויות שאין שני ילדים עם אותו יום הולדת:

$$365^{20} - \frac{365!}{\underbrace{345!}_{\parallel}} = \binom{365}{20} 20!$$

7.

כמה מילים שונות ניתן ליצור תוך שימוש בכל האותיות

*ABRACADABRA*?

A-5 פעמים, B-פעמיים, C-פעם אחת, D-פעם אחת, R-פעמיים.

נחשב את כל הסידורים ונחלק בסידורים הפנימיים:  $\frac{11!}{5!2!2!}$

דרך נוספת: לבחור בכל שלב מקומות לכל אות:

$$\binom{11}{5} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$$

8. בוחרים ועד מקרי בן שלושה אנשים מתוך 6 עורכי דין ו 5 מהנדסים. מה

מספר האפשרויות שהועד יהיה מורכב

א. משני עורכי דין ומהנדס אחד?

$$\binom{6}{2} \binom{5}{1}$$

ב. מעורך דין אחד לפחות?

$$\binom{11}{3} - \binom{5}{3} = \binom{6}{3} + \binom{6}{1} \binom{5}{2} + \binom{6}{2} \binom{5}{1}$$

ג. רק מעורכי דין?

$$\binom{6}{3}$$

תרגיל: כמה מחזורים בינאר? יש עם 3 ספרים?  $2^3 = 8$  אפשרות  
 פתרון: מקור במחיר עם חסר לספרים וכן תהי, סה"כ קרב

111, 110, 101, 100, 011, 010, 001, 000

בעזרת כמה "מילים" (שינויים) בנו 4 איתר ליתן  
 למנות A, B, C, כאלה זוכה שבמילה תופ' אחרת  
 או יתב מפרק אחר?

פתרון: מקור במחיר עם חסר לספרים וללא חסר  
 בחירה 4 איתר מילוק  $\{A, B, C, \dots, Z\}$  קרב

אפשרות  $\frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = 358,800$

$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

~~אנחנו~~

$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)! (n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)! k!} = \binom{n}{k}$  תוכחה

~~אנחנו~~

תרגיל: יהי  $k, n \in \mathbb{N}$   $0 \leq k \leq n$

$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$  תוכחה

פתרון:  $a=1, b=-1$  בנינו  $\mathbb{Q}$  ניוטון.