

גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל

13

14 ביוני 2016

1. (שאלה ממבחן) עבור המשטח M הבא:

$$(x^2 + y^2 + 2z^2 - 1) \left((x - 10)^2 + y^2 + 2z^2 - 1 \right) = 0$$

חשבו את $\iint_M K dS$.

2. חשבו את עקמומיות גאוס הכוללת של המשטחים הבאים:

(א) קטנואיד שהוא משטח הסיבוב של העקומה:

$$\gamma(\phi) = (\cosh \phi, 0, \phi)$$

כאשר $\phi \in \mathbb{R}$.

(ב) פרבולואיד שהוא משטח הסיבוב של העקומה:

$$\gamma(\phi) = (\phi, 0, \phi^2)$$

כאשר $\phi \in [0, \infty)$.

3. חשבו את העקמומיות הכוללת של העקומות הבאות:

(א) $\gamma(t) = (2a \cos t + a \cos 2t, 2a \sin t - a \sin 2t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$.

(ב) $\gamma(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$.

4. (שאלת בונוס) הוכיחו שכל משטח קומפקטי מכיל נקודות אליפטיות.

5. יהי M משטח קומפקטי ואוריינטבילי, עם ג'ינוס חיובי. הוכיחו שבמשטח קיימות

נקודות אליפטיות, היפרבוליות ונקודות בהן $K = 0$.