

## חידה לתרגול 7

יהי  $(X, \tau)$  מרחב טופולוגי. נסמן את חבורת ההומיאומורפיזמים מ- $X$  ל- $X$  ע"י  $\text{Homeo}(X)$ . שימו לב שזו אכן חבורה כי הרכבה של הומיאומורפיזמים היא עדיין הומיאומורפיזם. אנחנו אומרים ש- $X$  היא הומוגנית אם לכל  $x, y \in X$  קיים  $\varphi \in \text{Homeo}(X)$  כך ש- $\varphi(x) = y$  (כלומר, פעולת החבורה על  $X$  היא טרנזיטיבית). באופן דומה, אנחנו נגיד ש- $X$  היא  $n$ -הומוגנית אם לכל  $x_1, \dots, x_n \in X$  ולכל  $y_1, \dots, y_n \in X$  קיימת  $\varphi \in \text{Homeo}(X)$  כך ש-

$$\forall 1 \leq i \leq n : \varphi(x_i) = y_i$$

1. הוכיחו ש- $(0, 1)$  היא  $2$ -הומוגנית אבל לא  $3$ -הומוגנית.
2. הראו שכל מרחב הומוגני ממימד אפס הוא  $n$ -הומוגנית לכל  $n \in \mathbb{N}$ .
3. הוכיחו או הפריכו: קיים מרחב טופולוגי שהוא  $3$ -הומוגני אבל לא  $4$ -הומוגני.