

אלגברה לינארית למהנדסים - תרגיל בית 8

תאריך הגשה: 21/06/2017

1. חשבו את הדטרמיננטות הבאות:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad \mathbf{1.1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \quad \mathbf{1.2}$$

2. הוכיחו את הטענות הבאות:

2.1. אם B א A יש שורת אפסים אז $\det A = 0$.

2.2. אם B א A יש שתי שורות זהות אז $\det A = 0$.

3. חשבו $|A^{123456789}|$ עבור $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. תהי $A = \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_{n \times n}(R)$ עבור n זוגי. חשבו את $\det(A)$.
(רמז: הפרידו לשני מקרים).

5. תהי $A \in M_{n \times n}(F)$, $(n \geq 2)$, הוכיחו את הטענות הבאות:

5.1. $adj A$ הפיכה אם ורק אם A הפיכה.

5.2. לכל $\alpha \in F$, $Adj(\alpha A) = \alpha^{n-1} adj(A)$.

6. עבור כל A מצאו את המטריצה המצורפת $adj A$. קבעו בעזרתה אם A הפיכה. אם כן, מצאו את המטריצה ההופכית.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{6.1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{6.2}$$

7. חשבו את הדטרמיננטות הבאות:

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 4 & 8 & 2 & 5 \end{vmatrix} \cdot \text{ג.} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot \text{ב.} \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \cdot \text{א.}$$

8. מהם ערכי t עבורם המטריצה $\begin{pmatrix} t & 2t-3 & 2t-1 \\ t & 3 & 7-2t \\ t & t & 3 \end{pmatrix}$ הפיכה?

9. פתרו בעזרת כלל קרמר את המערכת

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

10. מצאו בעזרת המטריצה המשוחלפת את $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$.