

1

פתרון למבחן עצומה 1

1. למיכל יש קובייה למאזניים. אם 3 מטאלר הקובייה פתוח 2, 1 ואל 3 פתוח אז 4.

על צליל קובייה של פאתריה אחד מן המספרים 1 או 3. מיל ולי משיק משיק בן 3 סיבובים. המסתרם שתנח במספר סיבובים זה יודע תנח. בל סיבוב בל אחי מיליה אל הקובייה פלץ אחי.

המקרה בסיבוב היא השיקן שמיספרי הקובייה גבוה יתר. נתון סבסיבוב יחיד הסיכוי של מיל ענדי $\frac{7}{12}$.

א. אם כמה פאלר בקדיג של גל המספר 1? נתן.

פתרון:

$$P\left(\frac{\text{מיל}}{2}\right) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P\left(\frac{\text{מיל}}{4}\right) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

נסמן ב X את ההסתברות שהמספר 3 בהלסה בקובייה של גלי.

$$P\left(\frac{\text{גלי}}{3}\right) = X \quad P\left(\frac{\text{גלי}}{1}\right) = 1 - X$$

$$P\left(\frac{\text{מיל}}{2} \mid \frac{\text{מיל}}{1}\right) = P\left(\frac{\text{מיל}}{2}\right) + P\left(\frac{\text{מיל}}{4}\right)$$

$$\stackrel{\text{בית}}{=} P\left(\frac{\text{מיל}}{2}\right) \cdot P\left(\frac{\text{גלי}}{1}\right) + P\left(\frac{\text{מיל}}{4}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1 - X) + \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$$P\left(\frac{\text{גלי}}{1}\right) = \frac{1}{6} \quad \frac{5}{12} = \frac{1}{2} X$$

אם פתח המספר 1 $\Rightarrow \frac{5}{6} = X$

גם מהו הכיוון של תוצאה במחקר?

פתרון: בסימול יחיד גלי-תוצאה הוא המאורע המשלים

$$P(\text{גלי-תוצאה במחקר}) = 1 - P(\text{מישהו תוצאה במחקר}) = 1 - \frac{7}{12} = \boxed{\frac{5}{12}}$$

בטבל של גלי-תוצאה במחקר כולו (5 סיבובים) היא צריכה לענות כל פעם 3 סיבובים.
 התנאי בינאר: $n=5$ $p=\frac{5}{12}$

$$P(\text{גלי-תוצאה במחקר}) = \binom{5}{3} \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{5}{12}\right)^4 \left(\frac{7}{12}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{5}{12}\right)^5 \left(\frac{7}{12}\right)^0$$

$$= \boxed{0.3466}$$

גם מהו הכיוון של גלי-תוצאה במחקר, אם יבוא תוצאה במחקר האם?

$$P(\text{גלי-תוצאה במחקר} \mid \text{מישהו תוצאה במחקר}) = \frac{P(\text{גלי-תוצאה במחקר} \cap \text{מישהו תוצאה במחקר})}{P(\text{מישהו תוצאה במחקר})}$$

$$= \frac{\frac{5}{12} \cdot \left[\binom{4}{2} \left(\frac{5}{12}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2 + \binom{4}{3} \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^1 + \binom{4}{4} \left(\frac{5}{12}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^0 \right]}{\frac{5}{12}}$$

$$= \boxed{0.5533}$$

2)

2. רובן מתקן מסתקן 5 פתקים באותו מדגם.
 ההסתברות לזכות ב 50 ש"ח היא P (הסתברות בודדת).
 ההסתברות לזכות ב 100 ש"ח בקוויק פתמים שווה לזכות
 לזכות ב 50 ש"ח בקוויק פתם אחר.

אם חשב את P בתוכו:

$$\binom{5}{1} P^1 (1-P)^4 = \binom{5}{2} P^2 (1-P)^3$$

$$5(1-P) = 10P$$

$$5 = 15P$$

$$\boxed{\frac{1}{3} = P}$$

האותה מופה ניתן לזכות בכל מסתקן ב 50 ש"ח, כפי ש"ח, או לא לזכות.

הסיכוי שרובן ע"א יזכה ב 5 המסתקים $\frac{1}{32}$.
 מהי ההסתברות לזכות ב 100 ש"ח במסתק בודדת?

$$P(\text{5 זכיות}) = [P(\text{זכיות בודדת})]^5 = \frac{1}{32}$$

$$\Rightarrow P(\text{זכיות בודדת}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{זכיות ב 50 ש"ח בודדת}) = \frac{1}{3} \rightarrow \text{מכאן } \frac{1}{2}$$

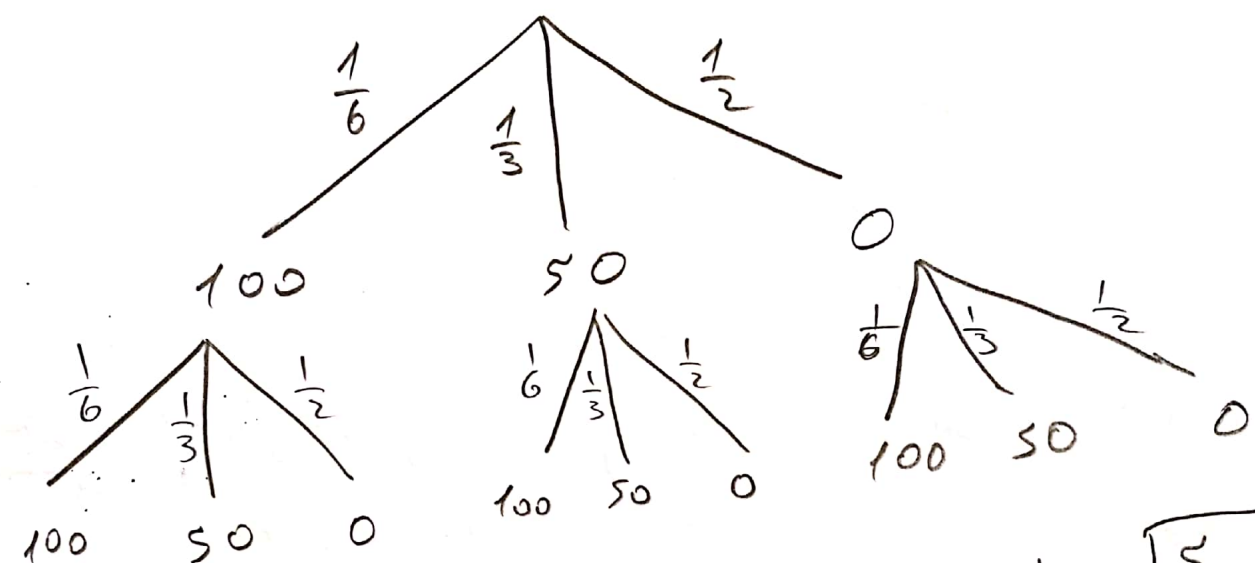
$$P(\text{זכיות ב 100 ש"ח בודדת}) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

לפי ביתן המשתק השני של חוק התכרר שהיה
 זכה ב-100 ש"ח או ב-50 ש"ח או ב-0 ש"ח.
 במשחק הראשון?

$$P(\text{זכה ב-100} \mid \text{ביתן 2 משתק}) = ?$$

פירוק

פירוק



$$P(\text{זכה ב-100} \mid \text{ביתן 2 משתק}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{18}}$$

$$P(\text{זכה ב-100} \mid \text{ביתן 1 משתק}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

$$P(\text{"1"}) = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{5}{18}} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

3
 אמוצ החוליות במחלה "טאני" הוא 1%.
 במעבדה פיתחו בדיקה עם אבטון מוקדם של המחלה אשר
 מדויק העיון שלה הוא 90% (לא אק אדם חולה אך
 90% שיאבטון כק בבדיקה, ואם בריט 10% שיאבטון כבריט)
 אדם לבק או מרא חולה מהו היכוי שהוא אכן חולה?
 פתרון: גדיי מאורע A - אדם חולה (בריט)
 מאורע B - אדם מאבטון כחולה בבדיקה

\bar{A} - אדם בריט
 \bar{B} - מאבטון כבריט

$$P(A) = 0.01$$

$$P(B|A) = 0.9 \quad P(B|\bar{A}) = 0.1$$

דפי נוסח - הפה השלמה

$$\begin{aligned}
 P(B) &= P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \\
 &= 0.9 \cdot 0.01 + 0.1 \cdot 0.99 = 0.108
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A|B) &= \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.9 \cdot 0.01}{0.108} \\
 &= \boxed{0.083}
 \end{aligned}$$

חוק בייס
 אבטון כחולה
 חולה בבריט

אם יוצא שאבטון כחולה אזי היכוי שהוא באמת חולה הוא 8 1/3%
 1% דפי חולה

$$P(X=k) = \frac{k}{A} \quad k=1,2,3,4$$

התפלגות
דו-צדדית
סדר התפלגות
על 4

ok כלומר A

$$\sum_k P(X=k) = 1$$

פתרון

$$\frac{1}{A} + \frac{2}{A} + \frac{3}{A} + \frac{4}{A} = 1$$

or

$$A = 10$$

עכשיו תוכלו לראות

$$E[X] = \sum_k k \cdot P(X=k) = 1 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{2}{10} + 3 \cdot \frac{3}{10} + 4 \cdot \frac{4}{10}$$

$$= \frac{1+4+9+16}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$V[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$E[X^2] = \sum_k k^2 P(X=k) = 1^2 \cdot \frac{1}{10} + 2^2 \cdot \frac{2}{10} + 3^2 \cdot \frac{3}{10} + 4^2 \cdot \frac{4}{10}$$

$$= \frac{1+8+27+64}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

$$V[X] = 10 - 3^2 = 1$$

4

$$E[X^3]$$

נסב

$$E[X^3] = \sum_k k^3 P(X=k) = 1^3 \cdot \frac{1}{10} + 2^3 \cdot \frac{2}{10} + 3^3 \cdot \frac{3}{10} + 4^3 \cdot \frac{4}{10}$$

$$= \frac{1 + 16 + 81 + 256}{10} = \frac{354}{10} = \boxed{35.4}$$

9. נסב ונחשב את התוחלת והסטייה של $\frac{X}{2} - 4 = \tilde{X}$

פתרון: תוצאה:

$$E[aX+b] = aE[X] + b$$

$$V[aX+b] = a^2 V[X]$$

$$E\left[\frac{1}{2}X - 4\right] = \frac{1}{2}E[X] - 4 = \frac{1}{2} \cdot 3 - 4 = \boxed{-2\frac{1}{2}}$$

$$V\left[\frac{1}{2}X - 4\right] = \left(\frac{1}{2}\right)^2 V[X] = \frac{1}{4} \cdot 1 = \boxed{\frac{1}{4}}$$

5. התפלגות נורמלית - פתרון בקורס 10

6. גאומטרי - פתרון " " 11