

## תרגיל 2 אנליזה הרמונית תש"ף

להגשה בשבוע שמתחיל בכ"ו חשוון, 24.11

1. נסמן ב- $C[-1, 1]$  את מרחב הפונקציות הרציפות  $\mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ . נגדיר מכפלה פנימית על המרחב  $C[-1, 1]$  באופן הבא:

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_{-1}^1 f(x) g(x) dx$$

(א) הוכיחו שהקבוצה  $\{3, 7x, 6 - 18x^2\}$  אורתוגונאלית.

(ב) מצאו  $a, b, c \in \mathbb{R}$  עבורם הפונקציה  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  אורתוגונאלית לכל הפונקציות מהסעיף הקודם.

2. נסמן ב- $\mathbb{R}_2[x]$  את מרחב הפולינומים ממעלה קטנה-שווה מ-2 עם מקדמים ממשיים. נגדיר מכפלה פנימית על המרחב  $\mathbb{R}_2[x]$  באופן הבא:

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^{\infty} f(x) g(x) e^{-x} dx$$

הוכיחו שהקבוצה  $\{1, 1 - x, 1 - 2x + \frac{1}{2}x^2\}$  אורתונורמלית.