

מבחן בקורס הכנה למתמטיקה לקראת שנת תשפ"א

מרצה: דר' ארז שיינר. תאריך: 17/09/20

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ |x+1| & -2 \leq x \leq 0 \\ x^2 & x < -2 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(f(x)) > f(x) - 1$

2.

מצאו את כל הפתרונות למשוואה $i \cdot z^4 = \text{cis}(\pi) + i$

3. מצאו את נקודת החיתוך בין המישור $x + y + z = 6$ לבין הישר המאונך לו שעובר בנקודה

(1,1,1)

4. הוכיחו את הטענות הבאות באינדוקציה:

א. לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$

ב. לכל $n \in \mathbb{N}$ $2 \leq n$ קיים $m \in \mathbb{N}$ כך ש $2^m \leq n < 2^{m+1}$

5. פתרו את האינטגרל

$$\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)(2\sin^2(x) + \cos^2(x))} dx$$

6. הגדרה: תהי X קבוצת קבוצות של מספרים. X נקראת אחלה קבוצה של קבוצות אם

$$\forall A \in X \exists B \in X: \neg(B \subseteq A)$$

א. נסחו תנאי השקול לכך ש X אינה אחלה קבוצה של קבוצות.

ב. קבעו והוכיחו לכל קבוצה אם היא אחלה קבוצה של קבוצות:

$$Z = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\} \quad Y = \{\{1,2, \dots, n\} | n \in \mathbb{N}\} \quad X = \emptyset$$

7. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \in B$ וכן $B \in C$ אזי $A \in C$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \subseteq B \setminus C$ אזי $A \setminus C \subseteq B$.