

תרגיל בית 5 במבנים אלגבריים

89-214 סמסטר א' תשע"ח

1. בכל סעיף נתונה חבורה G ותת חבורה $H \leq G$. תארו את אוסף המחלקות השמאליות של H ב- G :

א. $H = 4Z$, $G = 12Z$

ב. $H = \langle 11 \rangle$, $G = U_{20}$

ג. $H = R^+ = \{x \in R^* / x > 0\}$, $G = (R^*, \cdot)$

ד. $H = \{e_1\} \times G_2$, $G = G_1 \times G_2$

כאשר G_1 ו- G_2 חבורות. e_1 הוא איבר היחידה של G_1 .

ה. $H = \{(t', 3t) / t \in R\}$, $G = R^2$

2. מצאו את האינדקסים הבאים:

א. $[U_{14} : \langle 11 \rangle]$

ב. $[Z_8 \times Z_8 : \langle (2, 2) \rangle]$

3. תהי G חבורה ותהיינה $K \leq H \leq G$ תתי-חבורות.

הוכיחו: $[G : K] = [G : H] \cdot [H : K]$

4. תהי G חבורה ו- $H_1, H_2 \leq G$ תתי-חבורות המקיימות $H_1 \cong H_2$.

הוכיחו או הפריכו: $[G : H_1] = [G : H_2]$

5. בסעיפים הבאים נתון איבר ב- Z_n . קבעו האם קיים לו הופכי. במידה וכן מצאו אותו, במידה ולא נמקו:

א. 23 ב- Z_{100}

ב. 10 ב- Z_{50}

ג. 26 ב- Z_{45}