תרגול II- מכניקה

התרגילים הינם מהשיעורי בית:

3. פתרון:

א. המשוואה הדיפרנציאלית היא: $\hat{x}: \frac{d^2x}{dt^2} = -Ax$.

ב. $[Ccos(\omega t + \varphi)]'' = -ACcos(\omega t + \varphi)$, נבצע גזירה פעמיים. פעם ראשונה: $[Ccos(\omega t + \varphi)]' = -c\omega \sin(\omega t + \varphi)$ והנגזרת השנייה שווה: $[Ccos(\omega t + \varphi)]'' = -c\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -Ac \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. נצמצם ונחלק ונקבל כי $\omega = \pm\sqrt{A}$.

ג. על סמך הנתונים נקבל: $0 = Ccos(\omega \cdot 0 + \varphi) = Ccos\varphi$ וע"פ הנתון השני $V_0 = -C\omega \sin(\varphi)$ C בהכרח חייב להיות שונה מ0, כי אחרת התנועה לא הייתה מתקיימת בכלל. לכן $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$. ומכאן נקבל כי $\pm V_0 = -C\omega$. מכאן ש $C = \frac{\mp V_0}{\sqrt{A}}$.

ד. $[\ddot{x}] = [Ax]$ ולכן $[A] = \frac{1}{s^2}$, $[\omega] = \frac{1}{s}$, $[c] = \text{m}$, $[\varphi] = 1$.

ה. ידוע כי $x(t) = Ccos(\omega t + \varphi)$ נציב ונקבל כי $x(t) = \frac{\mp 3}{\sqrt{5}}\cos\left(\sqrt{5}t \pm \frac{\pi}{2}\right)$. כעת נמצא את $x(t = 100) = \frac{\mp 3}{\sqrt{5}}\cos\left(\sqrt{5} \cdot 100 \pm \frac{\pi}{2}\right) = 0.925$.

5.א. בהתאם לש"ב: פתרון-

$\vec{v} = b\hat{x} - 2ct\hat{y}, \vec{a} = -2c\hat{y}$. קצר ולעניין :)

6.ב. מהש"ב: צ"ל: $\frac{d}{dt}(c\vec{A}) = \dot{c}\vec{A} + c\frac{d}{dt}\vec{A}$.

פתרון: $\frac{d}{dt}(c\vec{A}) = \frac{d}{dt}\left[c(t)\{A_x(t)\hat{x} + A_y(t)\hat{y}\}\right] = \dot{c}(t)\vec{A}(t) + c(t)\dot{\vec{A}}$ משל.

7. צריך למצוא את המהירות והמיקום, ע"פ הנתונים מהש"ב.

המהירות: $\vec{V}(t) = \int \vec{a}dt = (at + v_{0,x})\hat{x} + (b\frac{t^2}{2} + v_{0,y})\hat{y}$. צריך לנמק מדוע המקדמים הם כאלה. ע"י השוואת התוצאה לנתון. המיקום בעזרת אותו רעיון ^_^.

10. שאלה עם תנועה מעגלית. מהש"ב.

א. $\vec{R} = \overrightarrow{R_x} + \overrightarrow{R_\rho} + \overrightarrow{R_\omega}$. וע"פ התרגיל $\overrightarrow{R_x} = v_0 t\hat{x}$, $\overrightarrow{R_\omega} = cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)\rho\hat{x} + \rho cos(\theta - \pi)\hat{z}$, $\overrightarrow{R_\rho} = \rho\hat{z}$. נציב הכל בביטוי הראשוני בפיתחנו ונקבל: $\vec{R} = (v_0 t + cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)\rho)\hat{x} + (\rho + \rho cos(\theta - \pi))\hat{z}$ נציב כעת ש $\frac{2\pi}{T}t = \theta$. ונקבל: $\vec{R} = (v_0 t + cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{T}t\right)\rho)\hat{x} + (\rho + \rho cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \pi\right))\hat{z}$ וע"פ הזהויות הטריגונומטריות נקבל כי ה R שווה ל $\vec{R} = (v_0 t - sin(\omega t)\rho)\hat{x} + (\rho - \rho cos(\omega t))\hat{z}$.

נגזור את המיקום ונקבל: $\vec{V}(t) = (V_0 - \rho\omega \cos(t\omega))\hat{x} + \rho\omega \sin(\omega t)\hat{z})$.

נגזור שינת לקבל את התאוצה: $\vec{a}(t) = (\rho\omega^2 \sin(\omega t))\hat{x} + \rho\omega^2 \cos(\omega t)\hat{z})$.

ב. המהירות תהיה מקסימלית כאשר כיוונה יהיה יחד עם המהירות ההתחלתית של האדם.

$V_{max}: \omega t = N2\pi + \pi$ מהירות מקסימלית. מינימלית: $V_{min}: \omega t = N2\pi$.

ג. המהירות תתאפס ברגע שיהיה במקום הנמוך ביותר בגלגל. תאוצה אמנם קיימת אך המהירות אפס. ז"א שהזווית שווה אפס.