

משול 12

שאלה 1: הוכיחו כי:

בא $1 \leq p < \infty$, $(\mathbb{R}, \mathcal{S}, \mu)$ מתקיים: כל סדרה מתכנסת ב $L^p(\mu)$ מכילה סדרה שמתכנסת נקודתית כמעט בטווח מקומי-א.

שאלה 2

ענה כי H הינו מרחב הילברט עם בסיס בן מניה: B

אשר כי $\|x_n\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \|x\|$

ובעקבות $\langle x_n, y \rangle \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \langle x, y \rangle$ לכל $y \in B$

הוכיחו כי $\|x_n - x\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

שאלה 3

שנח כי $(a_n)_n$ הינה סדרה של מספרים ממשיים φ ש:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n < \infty$ לכל סדרה $(b_n)_n \in \ell^2$.

הוכיחו כי: $(a_n)_n \in \ell^2$.

שאלה 4

גדו $F := \{ (a_n)_n \mid \sup_n |a_n| < \infty \}$:

הוכיחו או הפחיתו:

(א) F גורם מרחב ליניארי של ℓ^2

(ב) $F \cap \ell^2$ סגורה ב ℓ^2 .

שאלה 5

הראו שהפונקציה $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ גזורה ומצאו אותה.

$$F(y) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-xy} - e^{-x}}{x} dx \quad \text{כאשר:}$$