תרגיל 5

1. יהיו $A=\{4,7,3\}, B=\{1,8\}$. מצאו את כל הפונקציות האפשריות מA לB.

2. חשבו את ההרכבה של הפונקציות הבאות:
א. $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$, $g(x)=\cos(x)$. חשבו את $f\circ g$ ואת $g\circ f$.
ב. $A=\{1,2,3,4,5\}, B=\mathbb{N}, C=\mathbb{Z}$, כאשר $\mathbb{N}$ מסמן את המספרים השלמים החיוביים, ו$\mathbb{Z}$ מסמן את המספרים השלמים.
$f:A\to B$ מוגדרת כך: $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=10, f(4)=7, f(5)=1$.
$g:B\to C$ מוגדרת כך: $g(x)=x-5$.

3. נתונה $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המוגדרת: $h(x)=|2^{3x}|$. מצאו פונקציות $f,g,k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ כך ש $h=f\circ g\circ k$.

4. נתונות פונקציות $f: A \to B$ ו- $g: B \to C$ ששתיהן פונקציות על.

הוכיחו שההרכבה (באיזה אופן ניתן לבצע את ההרכבה?) היא פונקציה על.

5. נתונה קבוצה A שבה יש לפחות 2 איברים.

(א) הוכיחו שאם $f: A \to A$ היא חח"ע ו- $g_1: A \to A, g_2: A \to A$ פונקציות כך ש- $f \circ g_1 = f \circ g_2$

אז בהכרח $g_1 = g_2$.

(ב) הוכיחו שאם $f: A \to A$ <u>אינה</u> חח"ע אז קיימות פונקציות $g_1: A \to A, g_2: A \to A$ <u>שונות זו מזו</u> כך ש- $f \circ g_1 = f \circ g_2$.

(ג) הוכיחו שאם $f: A \to A$ היא על ו- $g_1: A \to A, g_2: A \to A$ פונקציות כך ש- $g_1 \circ f = g_2 \circ f$

אז בהכרח $g_1 = g_2$.

(ד) הוכיחו שאם $f: A \to A$ <u>אינה</u> על אז קיימות פונקציות $g_1: A \to A, g_2: A \to A$ <u>שונות זו מזו</u> כך ש- $g_1 \circ f = g_2 \circ f$.