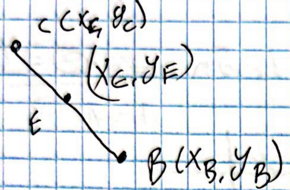
$$y_E = \frac{\frac{y_A^2}{2} - \frac{y_B^2}{2}}{y_A - y_B} \Rightarrow y_E = \frac{y_A^2 - y_B^2}{2(y_A - y_B)} =$$

$$= y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$



נתון לפי ב'

$CE = BE$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$y_E = \frac{y_B + y_C}{2}$$

$y_C = y_A$ מכאן נובע ש

סעיף ב

ישר $y=\frac{1}{2}x+10$ ו- $y^2=2px$ ונשווה את

כי יש פתרון ~~י~~ יחיד $\Delta=0$.

$$\frac{1}{4}x^2+10x+100=2px$$

$$x^2+(40-8p)x+400=0$$

מבטלים

$$\Delta=\cancel{1600}-640p+64p^2-\cancel{1600}=0$$

$$-640p+64p^2=0$$

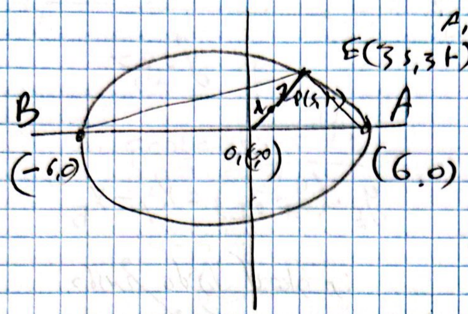
$$\boxed{p=10}$$

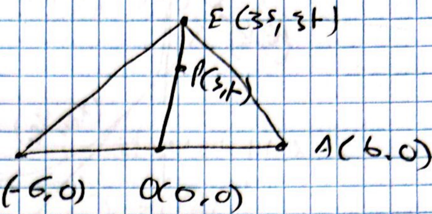
Scanned with CamScanner

2010

$x^2+4y^2=36$

קודקודי
A, B





כל הנק' E נמצאות ע"י חלוקת קטע ביחס נתון:

$O(0,0) \overset{1}{—} P(s,t) \overset{2}{—} E(\ \ )$

$\frac{2\cdot 0+1\cdot \cancel{x}}{3}=s$ $\quad x_E=3s$ $\quad (3s,3t)$

$\frac{2\cdot 0+1\cdot y}{3}=t$ $\quad y_E=3t$

נציב שיעורי E באליפסה:

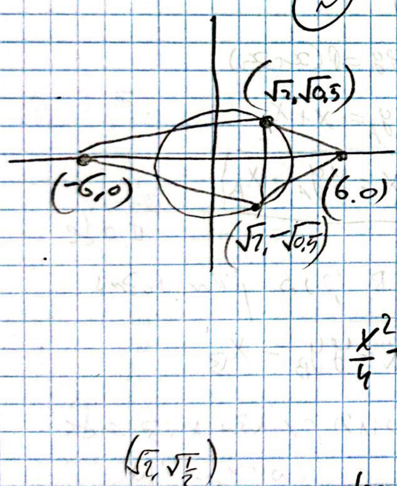
ב

$(3s)^2+4(3t)^2=36$

$9s^2+36t^2=36 \Rightarrow$

$\frac{s^2}{4}+t^2=1 \to \boxed{\frac{x^2}{4}+y^2=1}$

אליפסה



ב. נציב $x=\sqrt{2}$ $(\sqrt{2},y)$

באליפסה המתקבלת $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

$\frac{(\sqrt{2})^2}{4}+y^2=1$

$(\sqrt{2},\sqrt{\frac{1}{2}})$

$(\sqrt{2},-\sqrt{\frac{1}{2}})$

לכן שיעורי הקדקודים $y=\pm\sqrt{0.5}$

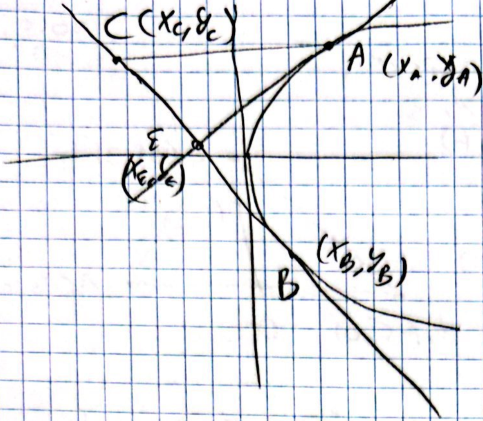
שטח המעוין: $\frac{12\cdot 2\sqrt{\frac{1}{2}}}{2}=6\sqrt{2}$

סעיף ג משוואת האליפסה המקורית היא

$x^2+4y^2=36$, כל שיעורי ה-y הוכפלו פי 2 ושיעורי ה-x לא

לכן הנק' $(6,0)$ ו- $(-6,0)$ נמצאות על המעגל ה... קוטר AB וקוטר

לכן $\boxed{x^2+y^2=36}$ ה.ז. תלוי בקוטר היא לפסג



2011 מלג 3 ג'

$$y^2 = 2x$$

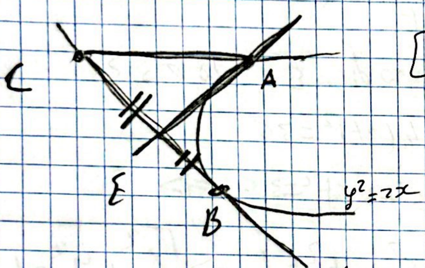
א. הראה כי:

$$y_E \cdot (y_A - y_B) = x_A - x_B$$

כלומר עלינו להוכיח:

$$y_E = \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$$

כלומר נתון לנו שעור נק' ההשקה $x_A y_A, x_B y_B$ ועלינו למצוא שיעור ~~רק~~ ה-y של נק' המפגש המשיקים.



שלב 1

$\boxed{p=1}$ $y^2 = 2x$

נמצא משוואת המשיק בנק' A

$$yy_1 = p(x + x_1)$$

$$yy_A = x + x_A$$

$$\boxed{x = yy_A - x_A}$$

שלב 2

נמצא משיק בנק' B:

$$x = yy_B - x_B$$

שלב 3: נמצא נק' חיתוך בין שני המשיקים:

$$\left\{\begin{array}{l} x = yy_A - x_A \\ x = yy_B - x_B \end{array}\right\} \rightarrow x_E = x_E \Rightarrow$$

$$yy_A - x_A = yy_B - x_B$$

$$y(y_A - y_B) = x_A - x_B$$

$$y = \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$$

מ.ש.ל.

סעיף ב: הראה כי CA מקביל x

$$y_A = y_C$$

נק' A:

$$A\left(\frac{y_A^2}{2}, y_A\right)$$

$$B\left(\frac{y_B^2}{2}, y_B\right)$$

$$y_E \cdot (y_A - y_B) = x_A - x_B$$

$$y_E = \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B} \Rightarrow$$

[illegible]

משיקים בפרבולה

תנאי ההשקה של הישר $y=mx+b$ $(m\neq 0, b)$ לפרבולה $y^2=2px$ הוא $b=\frac{p}{2m}$

מציאת משוואת הפרבולה עפ"י משיק לפרבולה:

מצא את משוואת הפרבולה $y^2=2px$ שהישר $-x+2y-20=0$ משיק לה.

$$-x+2y-20=0$$

פתרון:

דרך I משוואת המשיק: $y=\frac{1}{2}x+10$, ואנו יודעים כי משוואת המשיק לפרבולה בנק' (x_1,y_1) היא $y=\frac{p}{y_1}x+\frac{px_1}{y_1}$; היות ושתי המשוואות מייצגות אותו ישר אזי $\frac{p}{y_1}=\frac{1}{2}$ וכן $\frac{px_1}{y_1}=10$

וגם הנק' (x_1,y_1) על הפרבולה $y^2=2px$

כלומר $y_1^2=2px_1$, $x_1=\frac{y_1^2}{2p}$, נציב ב- $\frac{px_1}{y_1}=10$

$$\frac{y_1}{2}=10 \;;\; y_1=20 \Rightarrow p=10$$

לכן $y^2=20x$, ונק' ההשקה $(20,20)$

דרך II

מיתרים באליפסה

מיתר באליפסה - קו המחבר שתי נקודות על האליפסה נקרא מיתר.

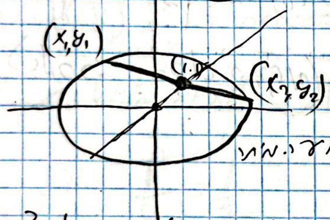
קוטר באליפסה: מיתר העובר דרך מרכז האליפסה נקרא קוטר.

האמצע של מיתר באליפסה:

(5) מצא משוואתו של מיתר באליפסה $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ שהנקודה $(1,1)$ היא האמצע שלו.

הערה

מכפלת השיפועים של מיתר באליפסה $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ והקוטר החוצה אותו היא $-\frac{b^2}{a^2}$



פתרון:

שיפוע המיתר $m_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

שיפוע הקוטר שעובר באמצע המיתר $m_2=\frac{\frac{y_1+y_2}{2}-0}{\frac{x_1+x_2}{2}-0}=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$

מכפלת השיפועים נקבל: $m_1\cdot m_2=-\frac{b^2}{a^2}$

עכשיו אפשר בקלות לפתור את הבעיה.

$m_1\cdot m_2=-\frac{1}{2}$ אנו יודעים ששיפוע m_2 (הקוטר)

$(0,0)$ $(1,1)$ הוא 1 לכן $m_1=-\frac{1}{2}$

$(1,1)$ $(-\frac{1}{2})$ מקבלים

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}}$$

4) מצא על האליפסה $5x^2+9y^2=180$ את הנקודות שמרחקן מהמוקד השמאלי גדול פי 2 ממרחקן מהמוקד הימני:

פתרון

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$$

$a^2=36$

$b^2=20$

$c^2=16 \Rightarrow c=4$

$r_1+r_2=2a$

$\boxed{r_1+r_2=12}$

$r_2=2r_1$

לכן

$3r_1=12$

$\boxed{r_1=4}$

דרך I לפי נוסחה:

$r_1=a-\frac{c\cdot x}{a}$

$4=6-\frac{4x}{6}$

$\frac{4x}{6}=2$

$\boxed{x_1=3}$

$y_1=$ נציב:

$\frac{9}{36}+\frac{y^2}{20}=1$

$\frac{y^2}{20}=\frac{3}{4}$

$y^2=\frac{60}{4}$

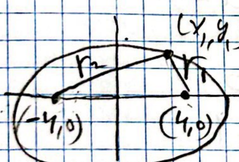
$y=\pm\sqrt{15}$

לכן

$(3,\sqrt{15})$ ①

$(3,-\sqrt{15})$ ②

דרך II



$(x_1-4)^2+y_1^2=4^2$

$x_1^2-8x_1+16+y_1^2=16$

$x_1^2-8x_1+y_1^2=0$

משוואת האליפסה:

$\frac{x_1^2}{36}+\frac{y_1^2}{20}=1 \quad / \; y_1^2=8x_1-x_1^2$

$\frac{x_1^2}{36}+\frac{8x_1}{20}-\frac{x_1^2}{20}=1$

$\Downarrow$

נקבל אותו פתרון

(3) מצא את משוואת האליפסה הקנונית העוברת דרך הנק' $(3,2)$ והמרחק בין המוקדים שלה הוא $\sqrt{20}$.

פתרון:

1. נציב הנק'

$$\frac{9}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1$$

$$2c=\sqrt{20} \Rightarrow c=\sqrt{5} \Rightarrow c^2=5$$

$$5=a^2-b^2$$

$$\begin{cases} \text{I} & \boxed{b^2=a^2-5} \\ \text{II} & \boxed{9b^2+4a^2=a^2b^2} \end{cases}$$

$$9(a^2-5)+4a^2=a^2(a^2-5)$$

$$9a^2-45+4a^2=a^4-5a^2$$

$$a^4-18a^2+45=0$$

$$a^2=t$$

$$t^2-18t+45=0$$

$$\frac{18\pm 12}{2} \begin{cases} 15 \\ \cancel{3} \end{cases}$$

$$a^2=15$$

$$b^2=10$$

$$\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{10}=1$$

1

דוגמאות ותרגילים ~~[illegible]~~ מאליפסה 8

נתונה האליפסה $4x^2+9y^2=144$. מצאו הפרמטרים a, b, c:

פתרון:

$$4x^2+9y^2=144 \quad /:144$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$$

$$a^2=36 \qquad b^2=16$$

$$c^2=a^2-b^2=36-16=20$$

$$a=6 \qquad b=4 \qquad c=\sqrt{20}$$

2 המרחק בין המוקדים של אליפסה קנונית הוא 10

וסכום המרחקים הקבוע הוא 14.

מצא משוואת האליפסה.

$$2c=10 \qquad c^2=25$$

$$r_1+r_2=14$$

$$2a=14$$

$$a=7 \qquad a^2=49$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$b^2=24$$

לכן

$$\boxed{\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1}$$

אליפסה ומשיק -

הראה כי הישר $y=x+5$ אינו חותך את האליפסה $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ ומצא את משוואות המשיקים לאליפסה המקבילים לישר הנתון.

מצא גם את המרחק בין הישר הנתון למשיק הקרוב ביותר.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1 \\ y=x+5 \end{cases} \qquad \frac{x^2}{9}+\frac{(x+5)^2}{4}=1$$

$$13x^2+90x+189=0$$

$$\Delta<0$$

לכן הישר אינו חותך האליפסה.

נרשום מש' האליפסה בצורה $4x^2+9y^2=36$

מקביל ל- $x+5$ / $y=x+b$

$$4x^2+9(x+b)^2=36$$

$$13x^2+18bx+9b^2-36=0$$

$$\Delta=\quad 144(13-b^2)=0$$

נדרוש ש $\Delta=0$ לכן $b=\pm\sqrt{13}$

$$y_{1,2}=x\pm\sqrt{3}$$

המרחק בין $y=x+5$ לבין $y=x+\sqrt{13}$ הוא)

$$\frac{|5-\sqrt{13}|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

תרגילים:-

בכל אחד מהסעיפים הבאים מצאו את משוואת האליפסה הקנונית המתאימה:-

א. אורך הציר הגדול הוא 10, והיא עוברת דרך הנק' $(3, 1.6)$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$$

ב. המרחק בין המוקדים הוא 4, והיא עוברת בנק' $\left(2,\frac{5}{3}\right)$

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$$

משוואת המשיק לאליפסה:

תנאי ההשקה: $n^2=m^2a^2+b^2$

$$\begin{cases} y=mx+n \\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$$

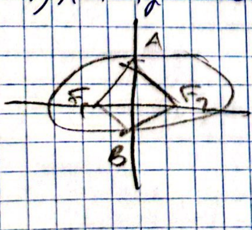
משוואת המשיק:

$$y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$$

$$(b^2x_1)\cdot x+(a^2y_1)y=a^2b^2$$

תרגיל

אליפסה קנונית שמוקדיה F_1, F_2 חותכת את ציר y בנק' A, B, חשבו שטח המרובע AF_1BF_2 אם ידוע כי משוואת האליפסה: $5x^2+9y^2=45$.



$4\sqrt{5}$

האליפסה הבאה:

מצאו אורכי הצירים ואת שיעורי המוקדים

א. האליפסות הבאות:

$16x^2+25y^2=400$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ כן $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$

מכאן

$b^2=16 \rightarrow b=4 \rightarrow 2b=8$

$a^2=25 \rightarrow a=5 \rightarrow 2a=10$

אורך הציר הגדול 10

— — הקטן 8

מוקדים:

$c^2=a^2-b^2=9$

$(3,0)\ (-3,0)$ $(c,0)\ (-c,0)$

ב. $400x^2+625y^2=250000$

ג. $4x^2+9y^2=144$

ד. $x^2+4y^2=1$

Scanned with CamScanner

קיץ 2017 מועד ב' 7ף8

נתון: הנקודה $A(20,0)$

B הנקודה שנמצאת על ציר ה-y ומעל ראשית הצירים.

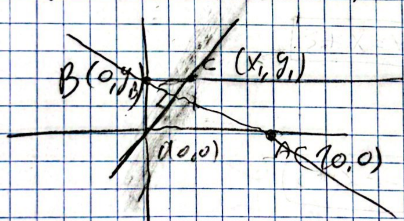
דרך הנקודה B מעבירים ישר l_1, המקביל לציר x

דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר l_2, שמאונך לישר AB

הישרים l_1, l_2 נחתכים בנקודה C.

א. הוכח שהמקום הגיאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה.
ומצא משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה.



צעד 1 - l_1
ישר l_1 עובר דרך B ומקביל לציר x

צעד 2:
l_2 עובר דרך הראשית ומאונך ל AB.

צעד 3:
כותבים נקודה C

יצירת משוואה עם x_1 y_1

הישר l_1 מקביל לציר X, כלומר

$$y_B = y_C = y_1$$

$$m_{l_2} \cdot m_{AB} = -1$$

$$m_{l_2} = \frac{y_C - y_0}{x_C - x_0} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - y_1}{20 - 0} = \frac{-y_1}{20}$$

$$m_{l_2} \cdot m_{AB} = -1$$

$$\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{-y_1}{20} = -1$$

$$y_1^2 = 20x$$

משוואת המשיק לפרבולה:-

$$\boxed{yy_1 = p(x+x_1)}$$

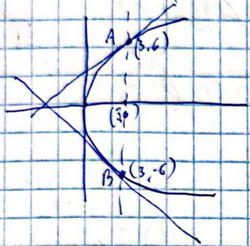
דוגמה:-

קו המאונך לציר x עובר דרך מוקד הפרבולה $y^2=12x$ וחותך אותה בנקודות A,B. מצא את משוואות המשיקים לפרבולה

→ בנקודות A, B.

פתרון:-

המוקד: $(\frac{p}{2},0)$ $(\frac{6}{2},0)$ $(3,0)$



חיתוך עם הפרבולה:

A $y^2=12\cdot3=36 \Rightarrow y=6$

$(3,6)$

$x=3$
ישר

$B(3,-6)$

משוואות המשיקים לפי הנוסחה:

ב A: $y\cdot6=6(x+3)$

$6y=6x+18 \quad /:6 \Rightarrow \boxed{y=x+3}$

ב B: $-6y=6(x+3)=$

$-6y=6x+18 \quad /:-6 \Rightarrow \boxed{y=-x-3}$

משוואת הנורמל לפרבולה בנקודה שעליה:

כפי שראינו, משוואת המשיק בנקודה (x_1,y_1) שעל הפרבולה $y^2=2px$ היא $\boxed{yy_1=p(x+x_1)}$ והשיפוע שלו הוא: $\frac{p}{y_1}$ לכן שיפוע הנורמל $-\frac{y_1}{p}$

מכאן משוואת הנורמל:

$$\boxed{y_1x+py=y_1(p+x_1)}$$

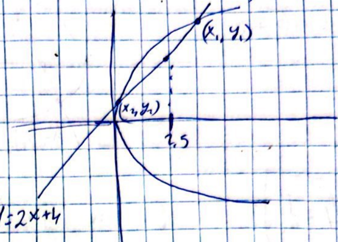
$\frac{22}{121}$

הישר $2x-y+4=0$ חותך מפרבולה $y^2=2px$ מיתר. שיעור ה-x של אמצע המיתר הוא 2.5, מצא:

א. משוואת הפרבולה.

ב. את קצות המיתר

①



$\frac{x_1+x_2}{2}=2.5$

$\boxed{x_1+x_2=5}$

רשום

$$\boxed{\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{P}{m}=\frac{P}{2}}$$

$$\boxed{y_1+y_2=P}$$

$2x_1+4+2x_2+4=P$

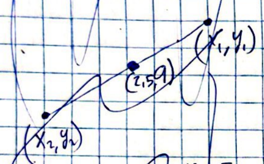
$8+2(x_1+x_2)=P$

$8+2\cdot 5=P=18$

לכן משוואת הפרבולה היא:

$$\boxed{y^2=36x}$$

כעת נמצא נק' חיתוך בין המיתר לבין הפרבולה:



$x_1+x_2=5$

$y_1+y_2=18$

$$\boxed{\begin{array}{c} 2x_1+4+2x_2+4=18 \\ 2(x_1+x_2)=10 \end{array}}$$

$x_1=\frac{y_1^2}{36}$

$x_2=\frac{y_2^2}{36}$

$\frac{(2x_1+4)^2}{36}+\frac{y_2^2}{36}=5$

$4x_1^2+16x_1+16+4x_2^2+16x_2+16=180$

$\cancel{(x_1^2+x_2^2)}\ \cancel{(2x_1+2x_2)^2=8x_1x_2}$

$\cancel{(2(x_1+x_2))^2}$

$$\boxed{\begin{array}{l} y^2=36x=(2x+4)^2 \\ 36x=4x^2+16x+16 \\ x^2-5x+4=0 \\ \frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\begin{array}{l}4\\1\end{array} \end{array}}$$

$(4,12)$

$(1,6)$

Scanned with CamScanner

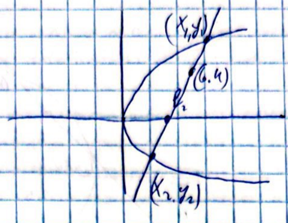
15 מיתר בפרבולה $y^2=2px$ שאמצעו בנק' $(6,4)$

עובר דרך מוקד הפרבולה. $(\frac{p}{2},0)$

מצא משוואת הפרבולה:

$y=mx+n$

$4=m6+n$



$\boxed{4=\frac{p}{m}}$ $\quad p=4m \Rightarrow m=\frac{p}{4}$

$\frac{y_1+y_2}{2}=4 \Rightarrow y_1+y_2=8$

(x_1,y_1) $(\frac{y_2^2}{2p},y_2)$

(x_2,y_2) $(\frac{y_1^2}{2p},y_1)$

שיפוע

$m=\frac{2p}{y_1+y_2}$

כי y_1+y_2 אפשר לקחת מאמצע הקטע שלפי אמצע 4.

$y_1+y_2=8$

$m=\frac{2p}{8}=\boxed{\frac{p}{4}}$

~~$0=\frac{p}{4}\cdot 6+n \Rightarrow n=-\frac{6}{4}p$~~

~~$4=6\cdot\frac{p}{4}+n \Rightarrow 4=$~~

אם עובר במוקד הפרבולה, ~~[illegible]~~

$\Leftarrow \quad (\frac{p}{2},0)$

$0=m\cdot\frac{p}{2}+n \; ; \; m=\frac{p}{4}$

$0=\frac{p^2}{8}+n \Rightarrow n=-\frac{p^2}{8}$

נציב ונקבל משוואה -

$4=6\cdot\frac{p}{4}+n \; ; \; n=-\frac{p^2}{8}$

$4=\frac{6}{4}p-\frac{p^2}{8} \quad /\cdot 8 \quad 32=12p-p^2 \quad p^2-12p+32=0$

$\frac{12\pm\sqrt{144-128}}{2}$ $\quad \frac{12\pm 4}{2}$ ↗ 8 ↘ 4

~~$p^2-2p-32=0$~~

~~[illegible]~~

$y^2=16x$

$y^2=8x$

מצאו את משוואת מיתר בפרבולה. $y^2=12x$ שאמצעו $(4,3)$

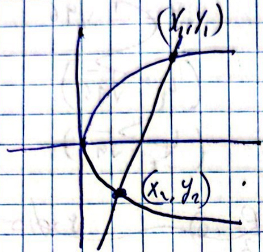
דוגמא

$$x_1=\frac{y_1^2}{12}$$

$$x_2=\frac{y_2^2}{12}$$

$$y^2=2\cdot 6\cdot x$$

$$p=6$$



$$\frac{x_1+x_2}{2}=4$$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=3$$

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1};$$

$$x_1=\frac{y_1^2}{12}$$

$$x_2=\frac{y_2^2}{12}$$

$$=\frac{12(y_2-y_1)}{y_2^2-y_1^2}=\frac{12\cancel{(y_2-y_1)}}{(y_2+y_1)\cancel{(y_2-y_1)}}=\boxed{\frac{12}{y_2+y_1}=m}$$

לכן $\boxed{y_1+y_2=6}$

$$\frac{12}{6}=m=2 \Rightarrow$$

נק'	m
4,3	2

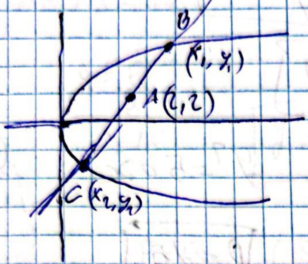
מיתר – קטע המחבר שתי נקודות שעל הפרבולה.

__דוגמה 3__

מצאו את משוואת המיתר בפרבולה $y^2=8x$ שהנקודה $A(2,2)$ הינה אמצע שלו.

__פתרון:__

סקיצה



נסמן כי:

$$B(x_1,y_1)=\left(\frac{y_1^2}{8},\ y_1\right)$$

$$C(x_2,y_2)=\left(\frac{y_2^2}{8},\ y_2\right)$$

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_2-y_1}{\frac{y_2^2}{8}-\frac{y_1^2}{8}}=\frac{8(y_2-y_1)}{y_2^2-y_1^2}$$

אבל

$$=\frac{8(y_2-y_1)}{(y_2+y_1)(y_2-y_1)}=\frac{8}{y_2+y_1}=m$$

אמצע של

$$\frac{y_1+y_2}{2}=2 \Rightarrow y_1+y_2=4$$

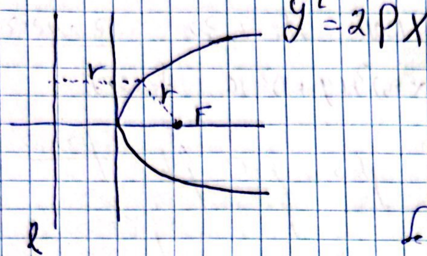
$$m=\frac{8}{4}=2$$

לכן משוואת המיתר היא

$m=2 \quad (2,2)$

$$\boxed{y=2x-2}$$

פרבולה



דוגמה 1

מצא הראשית המוקד והמדריך של הפרבולה $y^2=12x$.

המשוואה היא $y^2=2px$ מכאן $p=6$. המוקד

נמצא בנק' $(\frac{p}{2},0)$ לכן $(3,0)$

המדריך הוא הישר $x=-\frac{p}{2}$ כלומר $\boxed{x=-3}$

דוגמה 2

מצא את משוואת הקנונית של הפרבולה העוברת בנק' $(2,\sqrt{20})$.

פתרון:

$$y^2=2px$$

$$20=2p\cdot 2$$

$$p=\frac{20}{4}=5$$

$$\boxed{y^2=10x}$$

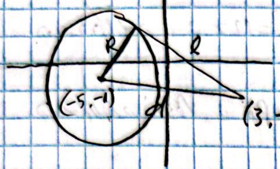
2018 פורים

עשירי

האורך של המשיק:

דוגמה 8: מצא את אורכו של אחד מהמשיקים היוצא מהנקודה $(3,-2)$ למעגל $(x+5)^2+(y+1)^2=16$

פתרון: אין צורך כאן למצוא משוואת המשיק וגם לא נקודת ההשקה.



$$l^2=d^2-R^2$$

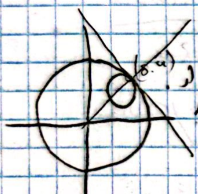
$$d^2=(3+5)^2+(-2+1)^2=65$$

$$R^2=16$$

$$l^2=65-16 \Rightarrow l=7$$

שני מעגלים:

נתונים המעגלים ① $x^2+y^2=80$ ② $(x-6)^2+(y-3)^2=5$



א. הראה שהמעגלים משיקים זה לזה ומצא נקודת ההשקה.

ב. מצא את המשיק המשותף.

פתרון:

סעיף I. פותרים את שתי המשוואות בשני נעלמים - מקבלים פתרון יחיד $(8,4)$.

סעיף II: ע"פ מרכזו של המעגל ② אפשר לראות שהוא נמצא בתוך מעגל I לכן משיקים מבפנים. המרחק בין המרכזים $(0,0)$ $(6,3)$ הוא $\sqrt{45}$, מרחק זה שווה להפרש בין הרדיוסים $\sqrt{80}-\sqrt{5}=\sqrt{45}$, מכאן המעגלים משיקים מבפנים.

את נקודת ההשקה אפשר למצוא ע"י חלוקת קטע ביחס נתון: היחס בין הרדיוסים $\sqrt{5}:\sqrt{80}$, $1:4$, אם (x_1,y_1) היא נקודת ההשקה אז המרכז $(6,3)$ מחלק את הקטע שבין (x_1,y_1) ל-$(0,0)$ לשני חלקים שהיחס ביניהם הוא $(3:1)$, מכאן נקבל

$$\frac{3x_1+1\cdot 0}{4}=6 \qquad \frac{3y_1+1\cdot 0}{4}=3$$

לכן $x_1=8$, $y_1=4$

תרגיל בית

מציאת משוואת המעגל עפ"י המשיק.

דוגמה ד: מצאי את משוואת המעגל העובר בנק' $(-2,-2)$ שמרכזו על הישר $y=2x$ והמעגל משיק לישר $3x-4y-20=0$

פתרון:

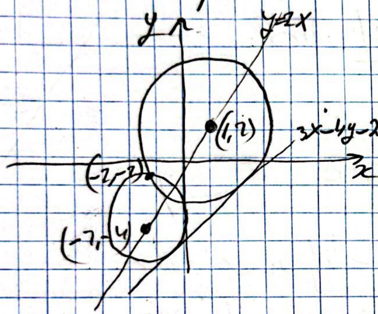
משוואת המעגל היא $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$, נעלמים a,b,R

* ואם המעגל עובר דרך הנק' $(-2,-2)$ אזי

$$(-2-a)^2+(-2-b)^2=R^2$$

* וכיון שהמרכז נמצא על הישר $y=2x$, לכן משוואה שניה היא $b=2a$

* ואם המעגל משיק ~~לישר~~ לישר $3x-4y-20=0$ אז מרחק מהמרכז שווה לרדיוס R



לכן המרחק: — מרחק חיובי, נהפוך את y לחיובי

$$\frac{-3a+4b+20}{\sqrt{3^2+4^2}}=R$$

אז $-3a+4b+20=5R$

הצבה של $b=2a$ נקבל $R=a+4$ הצבה במשוואה ראשונה

נקבל $a^2+a-2=0$ שפתרונותיה הם $a_1=1$, $a_2=-2$

מכאן נקבל $b_1=2$, $b_2=-4$ וכן $R_1=5$, $R_2=2$

סיכום

$$(x-1)^2+(y-2)^2=25$$

$$(x+2)^2+(y+4)^2=4$$

עו"ד

דוגמה 6

א. מצאו את משוואות המשיקים למעגל $(x-1)^2+(y+2)^2=10$ המקבילים
לישר $x+3y-3=0$

ב. מצאו את נקודות ההשקה של המשיקים הנ"ל.

פתרון:

הישר המשיק הנ"ל מהצורה

$x+3y+c=0$ וצריך למצוא c:

מרכז המעגל הוא $(1,-2)$ ורדיוס הוא $\sqrt{10}$. ומרחק
המשיק ממרכז המעגל שווה לרדיוס המעגל ולכן נקבל

$\sqrt{10}=\frac{|1\cdot 1+3\cdot(-2)+c|}{\sqrt{1^2+3^2}}$ מכאן נקבל $c=-5$
או $c=15$

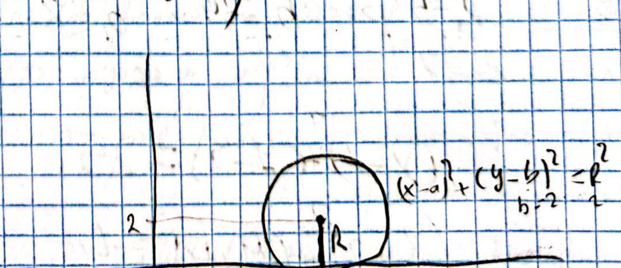
לכן $x+3y-5=0$ או $x+3y+15=0$

ב. מצאו את נקודות ההשקה.

דרך א' - נפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y+2)^2=10\\ x+3y-5=0\end{cases}$$

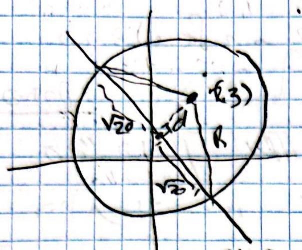
דרך ב' - המשיק מאונך לרדיוס לכן אפשר למצוא משוואת
הרדיוס ועוד מכאן



שאלה: 4

מעגל שמרכזו ב (2,3) חותך מהישר $2x+y-2=0$ מיתר שאורכו $\sqrt{80}$. מצא את משוואת המעגל:

פתרון



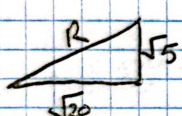
כדי למצוא משוואת המעגל נסתכל

ומשפט הגובה האנך ממרכז המעגל $2x+y-2=0$

למיתר חוצה את המיתר. כלומר אורך האנך שסומן ב d

הוא למעשה מרחק הנקודה (2,3) מהישר $2x+y-2=0$

מרחק נק' מישר נוסחה - $d=\frac{|2\cdot 2+3\cdot 1-2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$



לכן ~~כדי~~ כדי ~~למצוא~~ לחשב את הרדיוס:-

$\sqrt{5}^2+\sqrt{20}^2=R^2$

$R^2=25$ לכן $(x-2)^2+(y-3)^2=5^2$

חישוב שטח משולש לפי שלוש קודקודיו ע"י שימוש בדיטרמיננטה:

$$S=\pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1-x_3 & y_1-y_3 \\ x_2-x_3 & y_2-y_3 \end{vmatrix}$$

שזה שווה ל

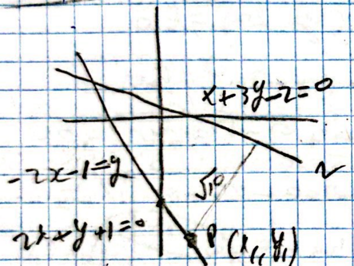
$$\pm\frac{1}{2}\left[(x_1-x_3)(y_2-y_3)-(x_2-x_3)(y_1-y_3)\right]$$

או לפי:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\left[x_1(y_3-y_2)+x_2(y_1-y_3)+x_3(y_2-y_1)\right]$$

בדוגמאות:

שטח המשולש שקודקודיו הם A(3,1) B(4,1) C(5,1)



על $y=-2x-1$ מרחק $\sqrt{10}$

נמצא נקודה מהישר הזה כך
הסימן של המרחק שלילי

בדיקה
עמ'
5
בן אור

$$\frac{x_1+3y_1-2}{\sqrt{10}}=-\sqrt{10}$$

$$\Downarrow$$

$x_1+3y_1-2=-10$ או $x_1+3y_1=-8$

וגם P נמצא על הישר: $2x+y+1=0$ $y=-2x-1$

נציב: $y_1=-2x_1-1$

$$x_1+-6x_1-3=-8$$

$$-5x_1=-5$$

$$\boxed{x_1=1}$$

$$\boxed{y_1=-3}$$

Scanned with CamScanner

שאלה 5 עמ׳ 68:

שני קדקודין של משולש (0.0) (6.2). תיכוני המשולש נפגשים בנקודה (4.3). א. מצא את הקדקוד השלישי וחשב שטח המשולש.
ב. חשב שטח המשולש מבלי להיעזר בקדקוד השלישי.

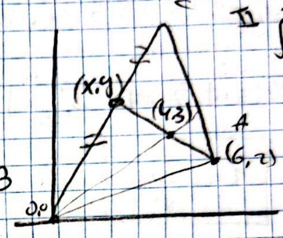
דרך I

$$\frac{x_1+6+0}{3}=4 \Rightarrow x_1=6$$

$$\boxed{(6,7)}$$

$$\frac{y_1+2+0}{3}=3 \Rightarrow y_1=7$$

דרך II



מציאת הנק׳ (x,y) ע״י חלוקת קטע
ביחס נתון ואז נעזרים בנק׳ הנ״ל
הנמצאת באמצע קטע בין B ו- C,
אם כך, נמצא את הנק׳ C.

ב.

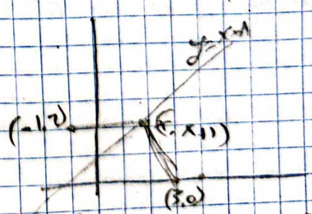
שאלה 2 עמ׳ 70:

נתונות הנקודות (3.0) (-1,2) א. מצא על כל אחד
מהישרים הבאים נקודה אחת, הנמצאת במרחקים שווים
משתי הנקודות הנ״ל:

1. $y=x+1$ 2. $y=2x-1$ 3. $y=2x+2$.

כל הישר

אין



$$(x+1)^2+(x-1)^2=(x-3)^2+\ldots$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=3 \end{matrix}}$$

ג'1

שאלה: 4 עמ' 67

4. במקבילית $\underline{ABCD}$ שטחה 18 נתון כי $B(3,5)$ $A(2,1)$

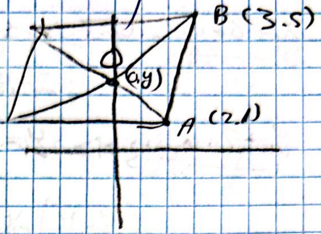
מצא את הקודקודים C ו- D, אם ידוע שמפגש האלכסונים

הינו על הציר הנמצא על ציר y.

פתרון

$D(-3,-1)$

$C(-2,3)$



הכוונה:

ניקח את המשולש AOB

שטחו כרבע השטח לכן $\frac{18}{4}=4.5$

$$AB=\sqrt{17} \Rightarrow S_{AOB}=\frac{\sqrt{17}\cdot h}{2}=4.5 \Rightarrow$$

$$\boxed{h=\frac{9}{\sqrt{17}}}$$ שזה מרחק

הנקודה $(0,y)$ מהישר $\overline{AB}$

$$y-1=4(x-2)$$

$$y=4x-7 \Rightarrow \boxed{-4x+y+7=0}$$ משוואת הישר AB

לפי נוסחת המרחק:

בסוגריים אלו הערכים שהבנתי מעל הישר לכן בערך חיובי

$$\frac{-4\cdot 0+1\cdot y+7}{\cancel{\sqrt{4^2+1^2}}}=\frac{9}{\cancel{\sqrt{17}}}$$

$$y+7=9$$

$$y=2 \Rightarrow \boxed{O(0,2)}$$

כעת נמצא את הקודקודים האחרים לפי אמצעים

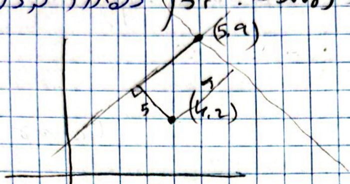
מציאת משוואת ישר אם נתון מרחק ונקודה שעוברת בה:

למשל 8 - עמ' 59:

מצא משוואת הישר שמרחקו מהנק' (4,2) הוא 5, ועובר דרך הנק' (5,9).

פתרון:

בואו ניתן לפתור ע"י המשוואה הכללית - נקבל שלוש משוואות עם שלושה נעלמים. לכן נפתור בצורה המפורשת של הישר:-



$y=mx+b$

$-mx+y-b=0$

ומה נתון על המרחק נקבל:-

$$\mathrm{I}\quad \boxed{\frac{|-4m+2-b|}{\sqrt{m^2+1}}=5}$$

ומה נתון על כך שהישר עובר דרך הנקודה (5,9)

$$\mathrm{II}\quad \boxed{-5m+9-b=0}$$

נבודד את b:-

נציב $b=-5m+9$

$$\frac{|-4m+2+5m-9|}{\sqrt{m^2+1}}=5$$

טעות

$$\cancel{|-9m+11|=5\sqrt{m^2+1}}$$

$$\cancel{81m^2-198m+121=25m^2+25}$$

$$\cancel{56m^2-198m+96=0}$$

$$|m-7|=5\sqrt{m^2+1}$$

$$m^2-14m+49=25m^2+25$$

$$24m^2+14m-24=0$$

$$12m^2+7m-12=0$$

$m_1=\frac{3}{4}$

$m_2=-\frac{4}{3}$

נציב ונחשב ונקבל:

$-3x+4y-21=0$

$4x-3y-47=0$

גם צריך לבדוק אם קיים ישר מאונך לציר ה-x המקיים את הנ"ל. הישר הנ"ל $x=5$ מרחקו 1 ולכן לא.

שאלה: 16 עמ' 37.

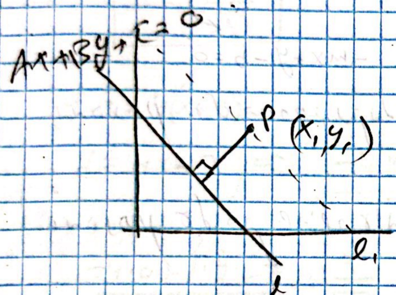
מצא את משוואת הישר שמקביל לישר $2x+y-5=0$
ויוצר עם הכיוונים החיוביים של הצירים משולש ששטחו 36.

שאלה: 19.

במשולש ABC הקודקוד A $(2,-3)$ ומשוואות התיכונים היוצאים
מהקודקודים B ו- C הן בהתאמה $x-4y=0$ ו- $x+3y=0$
א. מצא את הקודקודים B, C.

שאלה: 9 עמ' 40

מרחק בין נק' לישר.



$$d=\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

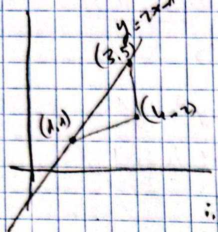
בזכרי, המפורסמת:

$$d=\frac{|-mx_1+y_1-b|}{\sqrt{m^2+1}}$$

תרגול מס' 2 הישר

מצא על הישר $y=2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.

פתרון:



נשרטט את הישר $y=2x-1$ ואת הנקודה $(4,2)$

נניח שקיימת נקודה המקיימת (x,y). היות והנקודה נמצאת על הישר לכן היא מקיימת את משוואתו. כמו כן ע"פ הנתון על המרחק:

$(x-4)^2+(y-2)^2=10$ ולכן שתי משוואות עם שני נעלמים

כלומר מעגל שלם של נקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$ כי מרכזו... מהמעגל ולמעשה כל הנקודות האלו אנו רוצים רק שתיים שנמצאות על הישר שלנו.

לכן נציב במקום $y=2x-1$ ונקבל שני פתרונות

$x_1=1 \Rightarrow y_1=1$ $(1,1)$

$x_2=3 \Rightarrow y_2=5$ $(3,5)$

תרגיל 15 עמ' 32. תרגיל 16.

תרגיל 17 + תרגיל 18.

מצב הדדי בין שני ישרים

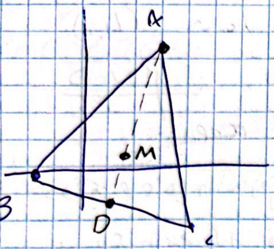
מוסכים 24 ב' קיבוץ

8-12

דוגמה :

קודקודי המשולש הם $A(4,5)$ $B(-2,0)$ $C(4,-2)$ מצאו

את שיעורי נקודת מפגש התיכונים.



פתרון: נסמן ב-D את אמצע הצלע BC

כלומר AD הוא התיכון לצלע BC.

M נק' מפגש ~~האלכסונים~~ התיכונים

והיא מחלקת כל תיכון ביחס 1:2 מבפנים

$$\frac{DM}{MA}=\frac{1}{2}$$

לכן:

$x_D=\frac{x_B+x_C}{2}$ $\quad y_D=\frac{y_B+y_C}{2}$ $\quad D(1,-1)$

וגם

$X_M=\frac{2\cdot 1+1\cdot 4}{1+2}=2$ $\quad Y_M=\frac{2(-1)+1\cdot 5}{1+2}=1$

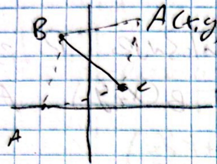
$M(2,1)$

תרגילים:

גיאומטריה אנליטית - הנקודה

① * הוכחת משולש ישר זווית - ~~מספיק~~ אמור להיות [illegible]
מכפלת הניצבים זה בזה

② * אם נתון לנו ש ABC משולש ש"ש שבו $AB=AC=\sqrt{10}$ ונתון גם
$C(1,1)$ $B(-1,3)$ ודורשים מתנו למצוא את A.



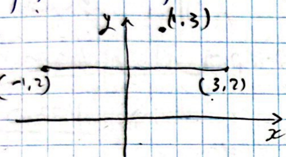
נפעל לפי המרחקים:

$$AC^2=(x-1)^2+(y-1)^2=10$$

$$AB^2=(x+1)^2+(y-3)^2=10$$

3. מצא לאילו ערכי K מרחק הנקודה (K,2) מהנקודה (1,3) קטן מ-$\sqrt{5}$

פתרון:



$$\sqrt{(k-1)^2+(2-3)^2}<\sqrt{5}$$

אפשר להעלות בריבוע:

$$(k-1)^2+(1)^2<5$$

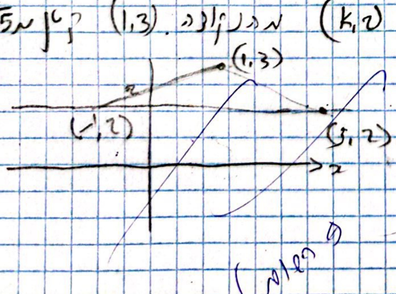
$$\boxed{-1<k<3}$$

תרגיל: הוכח שהמשולש שקודקודיו הם (5,0) (1,-2) (-3,6) הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

מצא את אורך הגובה ליתר של המשולש. ✓

תרגילים עמ' 15 בספר הכחול.

מצא לאילו ערכי K מרחק הנקודה (K,2) מהנקודה (1,3) קטן מ-$\sqrt{5}$



פתרון:

$$(3-2)^2+(1-k)^2<5$$

$$1+1-2k+k^2<5$$

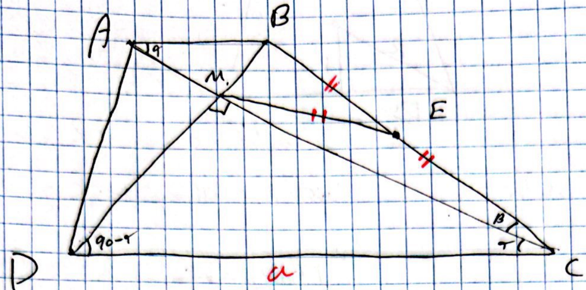
$$k^2-2k-3<0$$

$$-1<k<3$$

השלמה לתרגיל

מועד ק' 2015

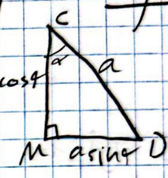
בגרות שאלה 5:



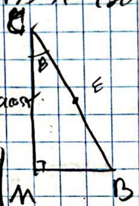
נתון $DC=a$, α, β.

א. הבע באמצעות a, α, β את אורך ME

<u>פתרון:</u> תיכון ליתר – במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר.



$\Longleftarrow a\cos\alpha$



$BC=\dfrac{a\cos\alpha}{\cos\beta} \Longleftarrow a\cos\alpha$

$$\boxed{BE=ME=\frac{BC}{2}=\frac{a\cos\alpha}{2\cos\beta}}$$

ב. נתון ש $\dfrac{\tan\beta}{\tan\alpha}=\dfrac{1}{3}$ $a=6.6$ מצא את אורך AB:

$\tan\beta=\dfrac{MB}{MC}$; $\tan\alpha=\dfrac{MD}{MC}$ $\Longleftarrow$ לפי משפט $\dfrac{\tan\beta}{\tan\alpha}=\dfrac{MB}{\cancel{MC}}\cdot\dfrac{\cancel{MC}}{MD}=\dfrac{1}{3}$

$$\boxed{\frac{MB}{MD}=\frac{1}{3}}$$

נוכיח דמיון לפי ז.ז.ז $\triangle AMB\sim\triangle CMD$

$$\frac{AB}{DC}=\frac{MB}{MD}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{AB}{6.6}=\frac{1}{3}\Rightarrow\boxed{AB=2.2}\text{ cm}$$

ג. נתון גם $BM=1.3$, מצא זווית DCB.

לפי הדמיון $MB\cdot 3=DM=3.9$

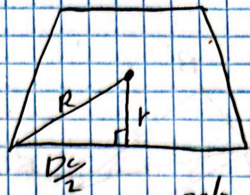
$6.6\sin\alpha=3.9=a\sin\alpha$

$\Downarrow$

$\alpha=36.22^\circ \Rightarrow \tan\beta=\dfrac{1.3}{a\cos\alpha}=\dfrac{1.3}{6.6\cos 36.22}\Rightarrow\beta=13.7$

$$\Rightarrow\boxed{\alpha+\beta=50^\circ}$$

Scanned with CamScanner



⟸ נתון:

R - רדיוס החוסם.

r - רדיוס החסום.

$$\frac{r}{R} = ?$$

$$r^2 + \frac{DC^2}{4} = R^2$$

$$r^2 = R^2 - \frac{DC^2}{4}$$

נציב. $= \dfrac{R^2}{R^2 - \frac{DC^2}{4}}$

נציב את האורך של DC באמצעות סעיף קודם ⟵ $R^2 = r^2 + \dfrac{DC^2}{4}$

$$R^2 = r^2 + \frac{4r^2}{\tan^2 35}$$

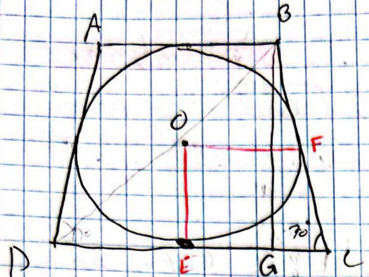
$$\frac{r^2 + \frac{4r^2}{\tan^2 35}}{r^2 + \frac{4r^2}{\tan^2 35} - \frac{4r^2}{4\tan^2 35}} = \dots \frac{\cancel{r^2}\left(1 + \frac{4}{\tan^2 35}\right)}{\cancel{r^2}\left(\frac{4}{\tan^2 35} - \frac{1}{4\tan^2 35}\right)} =$$

נציב:

$$\frac{1 + \frac{4}{\tan^2 35}}{3\frac{3}{4}\frac{1}{\tan^2 35}}$$

$\tan 70 = \frac{}{y}$

בגרות ט מועד ב' 2015.



טרפז שווה

$\sphericalangle BCD = 70°$

א. הבע באמצעות r:

1. הבסיס הגדול DC
2. שוק הטרפז
3. אלכסון הטרפז

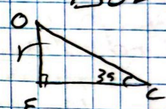
ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום לבין המעגל החוסם.

$CF = CE$ — משיקים למעגל היוצאים מנקודה. (משפט)

$OF = OE = r$ — שני רדיוסים במעגל.

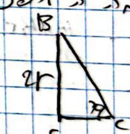
לכן $OFCE$ דלתון - אלכסון בדלתון חוצה זוויות

$\triangle OEC$ ישר זווית $(\sphericalangle E = 90)$



1. $CE = \frac{r}{\tan 35}$ לכן $\boxed{DC = 2\frac{r}{\tan 35}}$

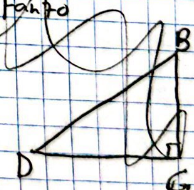
2. גובה הטרפז $= 2r$, נסתכל על משולש BGC משולש ישר זווית.



$$\boxed{BC = \frac{2r}{\sin 70}}$$

3. $DG = DC - GC = \frac{2r}{\tan 35} - \frac{2r}{\tan 70} \Leftarrow GC = \frac{2r}{\tan 70}$

$2r\left(\frac{1}{\tan 35} - \frac{1}{\tan 75}\right)$



$$DB^2 = DC^2 - BC^2 - 2DC \cdot BC \cdot \cos 70$$

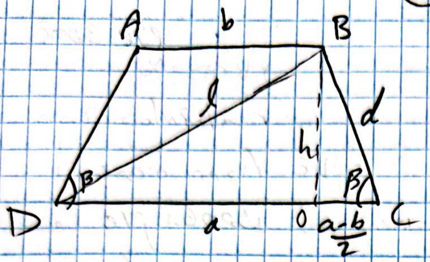
$$= \frac{4r^2}{\tan^2 35} - \frac{4r^2}{\sin^2 70} - 2\frac{\cdot 4r^2}{\sin 70 \tan 35} \cdot \cos 70$$

$$4r^2\left(\frac{1}{\tan^2 35} - \frac{1}{\sin^2 70} - \frac{2}{\sin 70 \tan 35} \cdot \cos 70\right)$$

1

הוכח

$\Delta DGC \sim \Delta BEC$

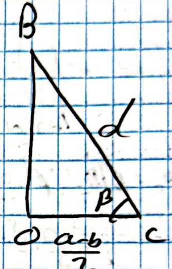


תרגול שלישי:

הוכח ש $l=\sqrt{ab+d^2}$

לפי משפט הקוסינוסים

$$l^2=a^2+d^2-2ad\cos\beta$$



$$d=\frac{\frac{a-b}{2}}{\cos\beta}=\frac{a-b}{2\cos\beta}$$

נציב במשוואה-

$$l^2=a^2+d^2-\cancel{2}a\cdot\frac{a-b}{\cancel{2\cos\beta}}\cdot\cancel{\cos\beta}$$

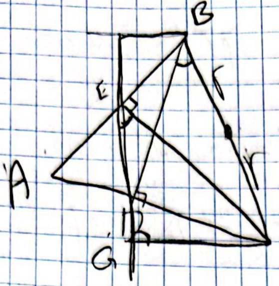
$$=a^2+d^2-a(a-b)=\cancel{a^2}+d^2-\cancel{a^2}+ab=$$

$$l^2=d^2+ab$$

fin

קיץ 2011

שאלה 5



ABC משולש חד זווית

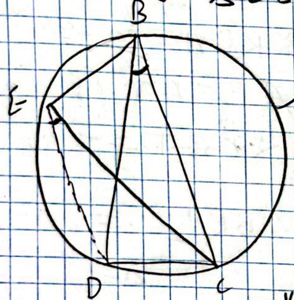
CE גובה לצלע AB

BD גובה לצלע AC

א. הוכח כי: 1. המשולש DBC חסום במעגל שחוסם המשולש EB.

משפט: במשולש ישר זווית מרכז המעגל החוסם נמצא באמצע היתר.

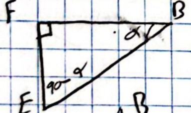
לפי המשפט הנ"ל גם ל-$\triangle EBC$ וגם ל-$\triangle DBC$ יש אותו יתר לכן מרכז המעגל החוסם את $\triangle DBC$ מתלכד עם מרכז המעגל החוסם את $\triangle EBC$ ושווה לו.

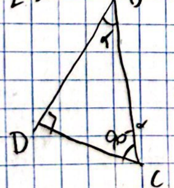


2. $\measuredangle DBC = \measuredangle DEC$

לפי המשפט האומר ש זוויות היקפיות הנשענות על מיתרים שווים שוות

BC קוטר $\measuredangle DBC$ נשענת על יתר DC וגם ה $\measuredangle DEC$ נשענת על יתר לכן הן שוות





הוכחה:

ב. $\triangle DCB \sim \triangle FEB$

לפי סעיף א'

$\measuredangle DEC = \measuredangle DBC = \alpha$ (1)

$\measuredangle FEB = 90 - \alpha$

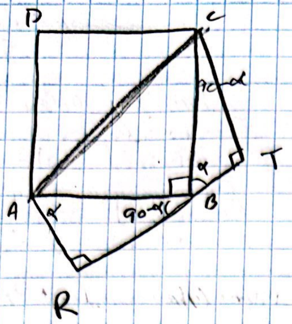
$\measuredangle FBE = 90 - \alpha$ משלימות במשולש ישר זווית.

$D = F = 90$ (2)

וזוויות המשולשים שווה לכן לפי ז.ז.ז.

שאלה 3

ABCD ריבוע



נוכיח חפיפה בין

$\triangle CTB \cong \triangle BRA$

לפי ז.צ.ז.

$\measuredangle ABR = 90-\alpha \Leftarrow \measuredangle TBC = \alpha$

$\measuredangle RAB = \alpha \Leftarrow$

$90-\alpha = \measuredangle TCB \Leftarrow$

~~לפי~~ $CB = AB$ צלעות ריבוע

$\measuredangle TCB = \measuredangle RBA = 90-\alpha$

$CB = AB =$ צלע ריבוע

$\measuredangle BAR = \measuredangle CBT = \alpha$

$\Leftarrow \triangle CTB \cong \triangle BRA$ לפי ז.צ.ז.

$\Leftarrow$

$BT = RA$

$CT = RB$

$BT + RB = RT$

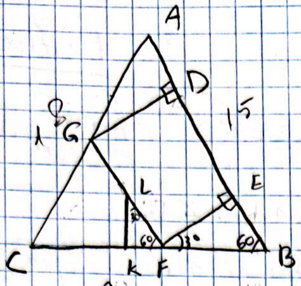
$AR + CT = TR$

סע׳

ט. טרפז

$$\frac{(\overset{TR}{CT+AR})\cdot TR}{2} = S$$

$$\frac{(TR)^2}{2}$$



2. גיאומטריה:

הוכח ש

$\triangle KAB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$

הערה:

במשולש שווה צלעות התיכון

לצלע וחוצה הזווית והגובה המשולש מתלכדים

לכן

$KB = CK$

$LK \perp CB$

$\measuredangle B = \measuredangle C = \measuredangle A = 60$

נוכיח

$\triangle KAB \sim \triangle KLF$

$60 = \measuredangle LFK = \measuredangle ABK$

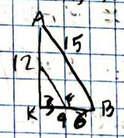
$\measuredangle LKF = AKB = 90$

$\measuredangle FLK = \measuredangle BAK = 30$

לכן $\triangle KAB \sim \triangle KLF$ לפי ז.ז.

נוכיח $\triangle KLF \sim \triangle EFB$

לפי סימן הדמיון זוויות שוות במשולשים 60 ו-90.



מן הדמיון נובע ש:

$$\frac{KB}{KF} = \frac{KA}{KL}$$

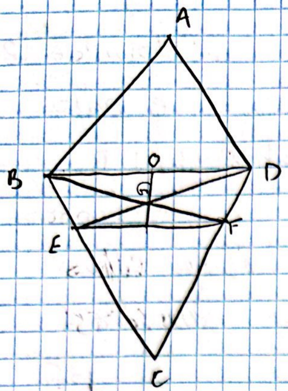
$KL = 4$ כי תיכונים מתחלקים 2:1.

$$\frac{9}{3KF} = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{KF = 3}$$

$$\frac{KL}{EF} = \frac{LF}{FB} = \frac{4}{EF} = \frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{4.8 = EF}$$

Scanned with CamScanner

שאלה 1



א. 1. להוכיח $GB = GD$

$\angle D = \angle B$

לכן $\frac{1}{2}\angle D = \frac{1}{2}\angle B$

$\triangle BDG$ שו"ש

$GO \perp BD$ וחוצה זווית

1. $BO = OD$
2. OF משותף
3. $\angle BOG = \angle DOG = 90^\circ$

לכן $\triangle BOG \cong \triangle DOG$ לפי צ.ז.צ $\Leftarrow$ $BG = DG$ מש"ל

2. להוכיח $\triangle BGE \cong \triangle DGF$

1. $\angle GBE = \angle GDF$ נתון
2. $DG = BG$ לפי א'

$\angle BGE = \angle DGF$ קדקודיות

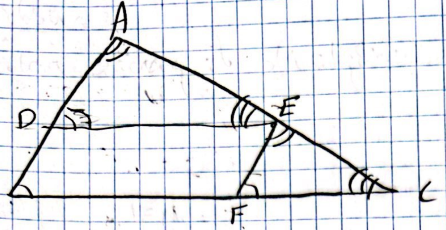
לכן $\triangle BGE \cong \triangle DGF$ לפי ז.צ.ז.

ב. דרכב צ"ל $BF = FD$

$EF \parallel BD$ לפי הכוונות.

Scanned with CamScanner

שיעורי בית:



נתון כי

$DE \parallel BC$

$BA \parallel FE$

$S_1 = S_{\triangle} ADE$

$S_2 = S_{\triangle} EFC$

א. הבע באמצעות S_1, S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.

ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$

① קודם כל נוכיח דמיון בין ADE ~ EFC לפי ז.ז.

② $BF = DF$ מקבילית. (צריך להוכיח)

לכן לפי יחס הדמיון $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{BF}{FC}\right)^2$

לכן $\frac{BF}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$

ב. נניח כי שטח המשולש $EFC = FC \cdot h = S_2$

לכן שטח המשולש $BFE = BF \cdot h$

ונציב את היחס של BF עם FC

$BF = FC\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$

$BF \cdot h = \underbrace{FC \cdot h}_{S_2} \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = S_2\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} =$

$\sqrt{S_2^2 \cdot \frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{S_2 \cdot S_1}$

Scanned with CamScanner