

מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ז – מועד ב'

מרצה: דר' ארז שיינר. תאריך: 28/09/16

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה =>

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ |x+1| & x < 0 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(f(x)) \leq |x-1|$

2. מצאו את כל הפתרונות למשוואה $z^4 + 2z^2 + 2 = 0$

3.

מצאו מישור העובר בנקודה $(1,1,1)$, ומכיל את שני הכיוונים $(1,0,1)$, $(1,1,0)$

4. הוכיחו באינדוקציה שלכל $n \geq 4$ מתקיים כי $n^2 \leq 2^n$.

5. פתרו את האינטגרל $\int \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx$

6. הגדרה: אוסף R של זוגות של מספרים טבעיים נקרא **סימטרי** אם

$$\forall a \in \mathbb{N} \forall b \in \mathbb{N} : (a,b) \in R \rightarrow (b,a) \in R$$

א. נסחו תנאי השקול לכך שהאוסף R אינו סימטרי.

ב. קבעו והוכיחו אילו מן האוספים הבאים הינם סימטריים ואילו אינם סימטריים:

$$T = \{(n,n) | n \in \mathbb{N}\}, S = \{(n,m) | n \leq m\}, R = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$$

7. הוכיחו/הפריכו: לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cap C \subseteq B \Leftrightarrow A \setminus B \subseteq A \setminus C$