

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א.  $\int x^2 \ln(x^2 + x - 2) dx$

ב.  $\int \frac{\ln^2(x)}{x} dx$

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה  $f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_1^{\infty} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$

3.

א. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1 + \sin^2(t)) dt}{x^3}$

ב. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{\ln(n+k) - \ln(n)}{n}$

4.

א. קרבו את  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  עד כדי שגיאה של  $h = \frac{1}{1,000}$ .

ב. חשבו את  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{3^{n+1}}$

5.

א. תהיינה פונקציות רציפות  $f, g$  כך ש  $\int_0^x f(t) dt = \int_0^x g(u) du$  לכל  $0 \leq x$ .

הוכיחו כי  $f(x) = g(x)$  לכל  $0 \leq x$ .

ב. תהי  $f$  רציפה כך ש  $\int_0^x f(t) dt = \int_{-x}^0 f(t) dt$  לכל  $0 \leq x$ , הוכיחו כי  $f$  פונקציה זוגית.