

תרגיל 8

1. תזכורת: בתרגול הגדרנו חזקות סודרים ברקורסיה באופן הבא:
עבור $\alpha \neq 0$

$$\alpha^\beta = \begin{cases} 1 & \beta = 0 \\ \alpha^\gamma \cdot \alpha & \beta = \gamma + 1 \\ \sup_{\gamma < \alpha} \{\alpha^\gamma\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

הוכיחו באמצעות משפט ההגדרה ברקורסיה שהפונקציה הרקורסיבית $f(\beta) = \alpha^\beta$ אכן מגדירה פונקציה $f : ON \rightarrow ON$. כלומר, מצאו את הפונקציות F, G המתאימות מהמשפט.

2. תהי D קבוצה לא ריקה של קבוצות. הוכיחו ש $\bigcap D = \{x \mid \forall B \in D, x \in B\}$ הוא קבוצה. (שימו לב, שבניגוד לאקסיומת האיחוד, כאן יש לדרוש שהקבוצה אינה ריקה)

3. יהיו A, B קבוצות. הוכיחו ש A^B כלומר, אוסף כל הפולינומים A ל B הוא קבוצה.

4. הוכיחו שאוסף כל הנקודונים (קבוצות מגודל 1) אינו קבוצה.