

אלגברה ליניארית 1 – סמסטר קיץ

תרגיל 1

1. פתור את המשוואות הבאות:

א. $z^3 - 10z^2 + 34z = 0$

ב. $z^2 - (1-3i)z - 2i - 2 = 0$

ג. $(i+1)(x+iy) = 4+2i$ מספרים ממשיים x, y .

2. חשב, ללא שימוש במשפט דה מואבר, את הביטויים הבאים:

א. $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)^8$

ב. $(1+i+i^2+\dots+i^{34})^{71}$

3. בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, a_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

הוכח שלכל n טבעי סכום n האיברים הראשונים הוא 0.

4. פתור, בעזרת משפט דה מאובר, את המשוואות הבאות:

א. $z^7 = 1$

ב. $z^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{10}$

5. א. בנה שדה בן 4 איברים.

ב. בשדה שבנית רשום את האיברים הניטרלים לחיבור ולכפל.

6. חשב את הסכום $\sin \alpha + \sin(3\alpha) + \dots + \sin(2n-1)\alpha$ (רמז: משפט דה מאובר)

הדרכה לשאלה 6:
 א. הראה שהסדרה:
 $(\cos \alpha + i \sin \alpha), (\cos(3\alpha) + i \sin(3\alpha)), \dots, (\cos(2n-1)\alpha + i \sin(2n-1)\alpha)$
 היא סדרה הנדסית.
 ב. חשב את סכום הסדרה בעזרת נוסחה לסכום סדרה הנדסית
 $a + bi = c + di \leftrightarrow a = c \wedge b = d$.
 שבמספרים מרוכבים

7. מצא את כל המספרים a_0, a_1, a_2 שעבורם הפרבולה $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$

עוברת בנקודות $(2, -3), (9, 4), (t, 4)$.

8. פתור את המערכת הבאה מעל \mathbb{R}

$$\begin{aligned} a^2x_1 + 5x_2 + x_3 &= b \\ ax_1 + (a+3)x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

9. פתור את אותה מערכת של השאלה הקודמת מעל \mathbb{Z}_7

10. מצא מערכת משוואות עם 121 פתרונות בדיוק.

11. (ממבחן) נתונה המערכת הבאה מעל הממשיים. מצא עבור אילו ערכים של הפרמטר יש למערכת פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות. במקרה של אינסוף פתרונות, רשום את הפתרון הכללי

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

12. תהי המערכת $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & a \\ a & a & 1 & 1 \\ 1 & a & a & 2 \end{array} \right)$ קבע לכל ערך של הפרמטר כמה פתרונות יהיו למערכת מעל

השדה \mathbb{Z}_3