ראשית, שניתן לחלק את $A$ לשתי קבוצות זרות $A\_{1},A\_{2}$ בעלות אותה עוצמה כמו של $A$ והאיחוד שלהן שווה לו.

נגדיר $\left|A\right|=a$. ידוע שלכל עוצמה אינסופית $a$ מתקיים $a+a=a$ ( אם מניחים את אקסיומת הבחירה). לכן קיימות קבוצות $B,C$ זרות כך ש - $\left|C\right|=a$ ו -$\left|B\right|=\left|C\right|=a$*. לכן קיימת פונקצייה חח"ע ועל מ-* $B⨃C$ *ל-* $A⇐f:B⨃C\rightarrow A$ *חח"ע ועל. ניקח* $A\_{1}=f[B]$ ו - $A\_{2}=f[C]$. נותר להוכיח כי הקבוצות זרות והאיחוד שלהן שווה $A$. ידוע ש- $f\left[A∪B\right]=f[A]∪f[B]$ ו - $f\left[A\right]∩f\left[B\right]=f[A∩B]$ אם $f$ חח"ע. אז:

$$A\_{1}∪A\_{2}=f\left[B\right]∪f\left[C\right]=f\left[B∪C\right]=A$$

השיוויון הימני ביותר נובע מהחד חד ערכיות ועל של $f$.

$$A\_{1}∩A\_{2}=f\left[B\right]∩f\left[C\right]=f\left[B∩C\right]=f\left[∅\right]=∅$$

נותן להוכיח שהעוצמה של $A\_{1},A\_{2}$ שווה לעוצמה של $A$.

ניתן לצמצם את התחום ואת הטווח ל- $f:B\rightarrow f[B]f$,חח"ע ועל לכן$a=\left|B\right|=|f (B)|=|A\_{1} | $*. אותו דבר עבור* $A\_{2}$*.*

*משום שהעוצמה של* $A\_{1}$ *שווה לעוצמה של* $A\_{2}$ *אז קיימת פונקצייה* $g$ *חח"ע ועל* $g:A\_{1}\rightarrow A\_{2}$ *. נגדיר:*

$$A\_{1}=\{a\_{1},a\_{2},a\_{3},…\}$$

$$D=\{a\_{1},g\left(a\_{1}\right),a\_{2},g\left(a\_{2}\right),a\_{3},g\left(a\_{3}\right),…\}$$

$$D=\{b\_{1},b\_{2},b\_{3},…\}$$

*באותו סדר כמו למעלה*

$$C=\left\{\left\{x,g\left(x\right)\right\}∥x\in A\_{1}\right\}=\{\left\{a\_{1},g\left(a\_{1}\right)\right\},\left\{a\_{2},g\left(a\_{2}\right)\right\},…\}$$

*קל לראות ש-* $D=A$*. בנוסף, קל לראות ש -* $\left|C\right|=\left|A\_{1}\right|=\left|A\right|=a$.

נגדיר פונקצייה מקבוצת כל תתי הקבוצות של $C$ לאוסף כל הפונקציית החח"ע ועל מ-$A$ לעצמו ( נסמן את הקבוצה ב- $T$ ).

$$H:P(C)\rightarrow T$$

$$H\left(B\right)=f\_{B}$$

נגדיר את $f$ כך עבור איבר $m$:

אם $m$ לא שייך לאחת מהקבוצות ששייכות ל-$B$ אז $f\_{B}\left(m\right)=m$, אחרת:

אם $m\in A\_{1}$ אז $$f\_{B}\left(m\right)=g(m)$$

אם $m\in A\_{2}$ אז

$$f\_{B}\left(m\right)=g^{-1}(m)$$

במילים פשוטות, עבור כל זוג שנמצא בתת קבוצה הפונקצייה מחליפה בין שני האיברים.

קל לראות ש- $f$ חח"ע ועל. $H$ חח"ע בדיוק מאותו דרך שבה הוכחתי את סעיף א. לכן:

$$2^{\left|A\right|}=2^{\left|C\right|}=|P(C)|\leq |T| $$

מצד שני $T$ מוכלת בקבוצות הפונקציות מ-$A$ ל- $A$ כלומר

$$\left|T\right|\leq \left|A\right|^{\left|A\right|}=2^{\left|A\right|}$$

לפי קש"ב$\left|T\right|=2^{\left|A\right|}$.