

תרגיל מספר 10 בסטטיסטיקה

שאלה 1:

כמות המינרלים בקידוחי מים בסביבה מסוימת מתפלגת נורמאלית. נתייחס לסדרת קידוחים בנקודות שונות בסביבה זו כמדגם מקרי. ממוצע תכולת המינרלים במים של 25 קידוחים הוא 248.3 מ"ג לליטר, ומניסויים קודמים ידוע שסטית התקן היא 15 מ"ג לליטר. מצאו רו"ס לתוחלת תכולת המינרלים ברמת בטחון של 90%.

שאלה 2:

חוקר ערך ניסוי ובדק את גובהם הממוצע של 16 ילדים. אלו התוצאות שקיבל (במטרים):

1.51	1.49	1.33	1.44	1.29	1.37	1.53	1.32	1.46	1.50
				1.42	1.50	1.28	1.38	1.43	1.54

ידוע שסטית התקן באוכלוסייה היא 10 ס"מ. אם החוקר קיבל את רווח הסמך הבא:

$$1.3724 \leq \mu \leq 1.4765, \text{ מהי רמת הביטחון } (1-\alpha)?$$

שאלה 3:

משקל של ילדים מתפלג נורמלית עם סטית תקן 1.25 ק"ג. ידוע שממוצע מדגם בגודל n הוא 52 ק"ג. בונים רווח סמך לתוחלת ברמת בטחון של 95%. מה צריך להיות n ע"מ שאורכו של רווח הסמך יהיה 1?

שאלה 4:

בשדה תעופה גדול רצו לבדוק כמה זמן עובר מרגע נחיתת המטוס ועד שאחרון הנוסעים עוזב את השדה. נניח כי זמן השהייה בשדה מתפלג נורמלי. לשם כך נלקח מדגם מ-10 טיסות אקראיות והתקבלו התוצאות הבאות (בדקות): 110,77,56,45,87,43,82,41,99,50

- בנו רווח סמך לתוחלת זמן השהייה בשדה.
- על סמך תוצאות סעיף א' מהו אורך רווח הסמך? ומהי הסטיה המקסימלית?
- מנהלי שדה התעופה אינם מרוצים מרוחב רווח הסמך שהתקבל בסעיף א'. מה ניתן לעשות על מנת לצמצם את רוחבו?

שאלה 5:

גובה של עצי דובדבן מתפלג נורמלית עם סטית תקן 0.7 מטר. נלקח מדגם של n עצים. בונים רו"ס של 95%. מה צריך להיות גודל המדגם כדי שהמרחק בין ממוצע המדגם \bar{X} לממוצע האמיתי μ לא יעלה על 0.6 מטר?

שאלה 6:

נתון כי סדרת מ"מ מתפלגים אחידה $X_1, \dots, X_n \sim U[0, \theta]$. מצאו האם האומד $\hat{\theta} = 2\bar{x}$ הינו חסר הטיה.

שאלה 7:

ציונים במבחן מסוים מתפלגים נורמלית. ישנם נתונים לגבי ציונים של 6 סטודנטים שעשו שני מועדים: מועד א: 51,40,38,59,55,46; מועד ב: 91,69,70,81,83,79. בנו רווח סמך להפרש התוחלות עם רמת סמך 90%.

שאלה 8:

ציונים של סטודנטים מעשנים ולא מעשנים מתפלגים נורמלית עם אותה סטיית תקן σ . נלקחו שני מדגמים: מעשנים: 60,40,58,70,84,65,72,63; לא מעשנים: 90,80,94,89,73,67,98,82,77,94,85,73. מצאו רווח סמך של 95% להפרש התוחלות.

שאלה 9:

גובה של אנשים מתפלג נורמלית. להלן גובה של 10 אנשים: 165,168,170,164,173,181,175,161,169,180 (בס"מ). בנו רווח סמך של 95% לשונות האוכלוסיה.

שאלה 10:

נתונות שתי אוכלוסיות (ב"ת) המתפלגות נורמלית. נתון: $\sigma_1 = 15, n_1 = 25, \bar{x}_1 = 60; \sigma_2 = 10, n_2 = 16, \bar{x}_2 = 50$. למצוא רווח סמך של 90% להפרש התוחלות.

שאלה 11:

רוצים למלא זוג מדפים האחד באמצעות 30 ספרים והשני באמצעות 25 מגזינים. הרוחב הממוצע של ספר (מבין הספרים הזמינים לשימוש) הוא 1.5 ס"מ והרוחב הממוצע של מגזין (שוב, מבין אלו הזמינים לשימוש) הוא 2 ס"מ. סטיות התקן של רוחבי הספרים ורוחבי המגזינים הן 0.2 ו-0.5 בהתאמה. מהי ההסתברות שרוחב סדרת הספרים במדף הספרים יהיה גדול מזה של סדרת המגזינים במדף המגזינים?

שאלה 12:

יהיו $\{X_1, \dots, X_n\}$ ו- $\{Y_1, \dots, Y_k\}$ מדגמים בעלי n ו- k תצפיות בהתאמה. יהיו \bar{X}_n ו- \bar{Y}_k ממוצעי המדגמים, $S_{X,n}^2$ ו- $S_{Y,k}^2$ אומדני השונות המתאימים. בניתי מדגם חדש שהוא איחוד שני המדגמים $Z = \{X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_k\}$ בטאו הממוצע \bar{Z}_{n+k} ואת האומדן לשונות $S_{Z,n+k}^2$ של המדגם החדש באמצעות $\bar{X}_n, S_{X,n}^2, \bar{Y}_k$ ו- $S_{Y,k}^2$.