

גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל

10

24 במאי 2016

1. תהי $\underline{x}(u, v)$ פרמטריזציה איזותרמית עם פונקציה f :

$$(g)_{ij} = f^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

הוכיחו שמתקיים:

$$\Delta(\underline{x}) = -2f^2 H \vec{n}$$

2. הוכיחו שהמשטחים הבאים הם משטחים מינימליים:

(א) (שאלה ממבחן) משטח אנפר:

$$\left(u - \frac{u^3}{3} + uv^2, v - \frac{v^3}{3} + vu^2, u^2 - v^2 \right)$$

(ב) משטח הנברג:

$$\left(2 \cos v \sinh u - \frac{2}{3} \cos 3v \sinh 3u, 2 \sin v \sinh u - \frac{2}{3} \sin 3v \sinh 3u, 2 \cos 2v \cosh 2u \right)$$

(ג) משטח שרק:

$$\left(u, v, \ln \left(\frac{\cos u}{\cos v} \right) \right)$$

3. נתבונן במשטח עם המטריקה:

$$(g)_{ij} = \frac{1}{y^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

חשבו את עקמומיות גאוס K בשתי דרכים שונות.

4. (שאלה ממבחן) יהי $\rho > 0$ מספר ממשי. תהי:

$$f(x, y) = \left(1 + \frac{\rho}{4}(x^2 + y^2)\right)^{-1}$$

ונתבונן במטריקה $f^2(x, y)(dx^2 + dy^2)$ במישור (x, y) .

(א) ציינו ארבע שיטות לחישוב עקמומיות גאוס של המטריקה.

(ב) אלו מהשיטות מתאימות למטריקה $f^2(x, y)(dx^2 + dy^2)$?

(ג) חשבו את עקמומיות גאוס של המטריקה $f^2(x, y)(dx^2 + dy^2)$.