

תרגיל 8

12 בדצמבר 2017

1. קבעו האם הפונקציה הבאה רציפה בקטע $[-4, 0]$. אם היא אינה רציפה, ציינו באילו נקודות. הוכיחו כל טענה.

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{4+x} & x < 0 \\ \frac{x+1}{4} & x \geq 0 \end{cases}$$

2. קבעו לאילו ערכי a, b ממשיים הפונקציה הבאה רציפה בקטע $[0, \infty)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{9+x}-a}{x} & x > 0 \\ b & x = 0 \end{cases}$$

3. מצאו נקודות קיצון מקומי לפונקציה $f(x) = \sin x \cos x$ בקטע $(0, \pi)$.

4. מצאו נקודות קיצון מקומי ותחומי עליה וירידה לפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & x \geq -2 \\ \frac{1}{x+1} - x - 6 & x < -2 \end{cases}$$

5. הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים $\ln(1+x) < x$.

6. תהי f פונקציה גזירה בקטע (a, b) הוכיחו או הפריכו:

(א) ל f יש נקודת קיצון בקטע (a, b) .

(ב) אם אין ל f נקודת קיצון ב (a, b) אז $f'(x) \neq 0$ לכל $x \in (a, b)$.

(ג) אם $f'(x_0) = 0$ עבור $x_0 \in (a, b)$, אז x_0 היא נקודת קיצון של f .

(ד) אם f עולה בקטע (a, b) , אז $f'(x) > 0$ לכל $x \in (a, b)$.

7. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם f גזירה ב x_0 אז f רציפה ב x_0 .

(ב) אם f רציפה ב x_0 אז f גזירה ב x_0 .

(ג) תהי f פונקציה רציפה ב (a, b) , אם ל f יש מקסימום מקומי ב $x_0 \in (a, b)$ אזי $f'(x_0) = 0$ או $f'(x_0)$ לא קיימת.