

## תרגיל 8 – מבוא לאנליזה 1

1. הוכיחו לפי ההגדרה כי הפונקציה  $f(x) = x^2$  רציפה במ"ש בקטע  $[0, 3]$ .
2. האם הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + \sin(x)}{1 + e^x}$  רציפה במ"ש בקטע  $[-10, 10]$ ?
3. הוכיחו כי למשוואה  $3^x - 5x + 1 = 0$  יש פתרון בקטע  $[0, 1]$ .
4. הוכיחו כי אם  $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  רציפות,  $f(0) < g(0)$  ו- $f(1) < g(1)$ , אז יש נקודה  $x_0 \in (0, 1)$  כך ש- $f(x_0) = g(x_0)$ .
5. הוכיחו או הפריכו:
  - (א) אם  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה וחיובית, אז קיים  $m > 0$  כך ש- $f(x) \geq m$  לכל  $x \in [0, 1]$ .
  - (ב) אם  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה וחיובית, אז קיים  $m > 0$  כך ש- $f(x) \geq m$  לכל  $x \in (0, 1)$ .
  - (ג) אם  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה ומקיימת  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ , אז  $f(x)$  חסומה בקרן  $[0, \infty)$ .  
(רמז: עיינו בפתרון השאלה האחרונה מהתרגול).