

תרגיל 5

שאלה 1

א. תהי $\{a_n\}$ סדרה, כך שקיים לה אוסף סופי של תת-סדרות המכסות את הסדרה ומתכנסות לאותו הגבול. הראו כי גם $\{a_n\}$ מתכנסת לאותו הגבול.
ב. הטענה איננה נכונה אם נמחק את המילה "סופי" מהניסוח של סעיף א'. באיזה שלב בהוכחתכם לטענה בסעיף א' השתמשתם בסופיות האוסף?
ג. הראו כי לסדרה $\{a_n\} = (-1)^n$ קיים אוסף (אינסופי) של תת-סדרות המכסות את הסדרה ומתכנסות כולן לאותו הגבול.

שאלה 2

מצאו את כל הגבולות החלקיים של הסדרה $a_n = (-1)^n \left(5 - \frac{4}{2^n}\right)$.

*שימו לב: יש כמובן להוכיח שהגבולות החלקיים שמצאתם הם אכן הגבולות החלקיים היחידים של הסדרה.
רמז: קחו תת-סדרה כלשהי והפרידו למקרים בהתאם להאם מספר האינדקסים הזוגיים הוא סופי או אינסופי, והאם מספר האינדקסים האי-זוגיים הוא סופי או אינסופי.*