

# מתמטיקה בדידה – תרגיל 4

## שאלה 1

תהיינה  $A, B$  קבוצות. הוכיחו כי  $A \times B = B \times A$  אם ורק אם  $A = B$  או  $A = \phi$  או  $B = \phi$ .

## שאלה 2

1. לכל  $n \in \mathbb{N}$  נגדיר  $A_n = \{1, 2, \dots, n\} \times \{1, 1 + (-1)^n\}$ . חשבו את  $\liminf A_n, \limsup A_n$ . הוכיחו את קביעתכם.
2. לכל  $n \in \mathbb{N}$  נגדיר את  $A_n = \left\{ \frac{z}{n} \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$ . חשבו את  $\liminf A_n, \limsup A_n$ . הוכיחו את קביעתכם.
3. תנו דוגמא לקבוצות  $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$  כך ש- $\limsup A_n = \liminf A_n$  אבל  $A_n \not\subseteq A_m$  לכל  $n \neq m$ .

## שאלה 3

תהיינה  $A, B$  קבוצות. הוכיחו כי התנאים הבאים שקולים:

- א.  $A \subseteq B$
- ב.  $A \in P(B)$
- ג.  $P(A) \subseteq P(B)$

## שאלה 4

תהיינה  $A, B$  קבוצות סופיות. נגדיר  $k = |A \cap B|, m = |B|, n = |A|$ . הביעו בעזרת  $n, m, k$  את גודלן של הקבוצות הבאות. נמקו את קביעתכם.

1.  $A \cup B$
2.  $P(A) \Delta P(B)$
3.  $(A \cap B) \times (B \cup A)$
4.  $(P(A) \setminus \{A\} \setminus \{\phi\}) \times B$
5.  $(P(A) \times P(B)) \cup (P(A \cup B) \times P(A \cap B))$