

תרגיל 11

1.

(א) נגדיר יחס שקילות על \mathbb{R}^2 ע"י: $(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \iff x_1 + y_1^2 = x_2 + y_2^2$.
הוכיחו ש $\mathbb{R}^2 / \sim \cong \mathbb{R}$. רמז: מצאו את ההעתקה ההפוכה ל \hat{f} מ \mathbb{R} ל \mathbb{R}^2 / \sim .

(ב) נגדיר יחס שקילות על \mathbb{R}^2 : $(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \iff x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$.
למה הומויאומורפי \mathbb{R}^2 / \sim ?

2. יהי X מרחב המנה של \mathbb{R} המתקבל מיחס השקילות הבא: $x \sim y \iff (x = y \vee x = -y)$.
הוכיחו ש $X \cong [0, \infty)$.

3. יהי X מרחב המנה של \mathbb{R} המתקבל ע"י זיהוי כל הנקודות מנורמה גדולה שווה מ.1. כלומר $x \sim y$ אם $x = y$, או ש $|x| \geq 1 \wedge |y| \geq 1$. הוכיחו ש $X \cong S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.

4. תנו דוגמא להעתקת מנה שהיא לא פתוחה ולא סגורה.